Associazione per l'Insegnamento della Fisica

Olimpiadi di FISICA 2022

36ª edizione

Gara di 2° Livello — Soluzione — Lunedì 21 febbraio 2022

Quesiti

QUESITO n. 1

Dal grafico si deduce che nei primi $3\,\mathrm{s}$ l'accelerazione è positiva ($a_{0-3} = 4\,\mathrm{m\,s^{-2}}$), il corpo si muove quindi di moto uniformemente accelerato; tra $3\,\mathrm{s}$ e $5\,\mathrm{s}$ l'accelerazione è nulla ($a_{3-5} = 0$) e quindi il moto è uniforme e la velocità rimane costante; infine tra $5\,\mathrm{s}$ e $6\,\mathrm{s}$ l'oggetto si muove di moto uniformemente accelerato con accelerazione negativa ($a_{5-6} = -2\,\mathrm{m\,s^{-2}}$).

La velocità nel moto accelerato è data da $v_\mathrm{f} = v_\mathrm{i} + a(t_\mathrm{f} - t_\mathrm{i})$. Pertanto, alla fine del primo tratto è

$$v_3 = v_0 + a_{0-3}(t_3 - t_0) = 12\,\mathrm{m\,s^{-1}}\,,$$

alla fine del secondo tratto è

$$v_5 = v_3 = 12\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

e alla fine del terzo tratto, ossia dopo $6\,\mathrm{s}$, è

$$v_6 = v_5 + a_{5-6}(t_6 - t_5) = 10\,\mathrm{m\,s^{-1}}\,.$$

Soluzione alternativa

Si può osservare che le variazioni di velocità sono rappresentate graficamente dalle aree comprese tra il grafico della funzione e l'asse dei tempi, prese con un segno positivo o negativo a seconda che si trovino sopra o sotto di questo. L'area del primo rettangolo è $12\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, quella del secondo è $-2\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, pertanto la variazione totale, che coincide con la velocità finale poiché $v_\mathrm{i} = 0$, è $10\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

QUESITO n. 2

La potenza fornita dall'alimentatore al circuito è data da $P = IV$ dove I è la corrente che passa nel circuito e V è la differenza di potenziale del generatore; per la legge di Ohm $I = V/R^*$; R^* è la resistenza equivalente del circuito, quindi la potenza può essere scritta nella forma

$$P = \frac{V^2}{R^*}\,.$$

Quando l'interruttore è aperto, la resistenza equivalente del circuito è $R_\mathrm{ap} = 4R$ in quanto tutti e due i resistori vengono attraversati dalla corrente e sono in serie. Quando l'interruttore è chiuso, la resistenza equivalente del circuito è $R_\mathrm{ch} = R$ in quanto il secondo resistore viene cortocircuitato.

Pertanto, poiché la resistenza equivalente si riduce di 4 volte, la potenza è 4 volte quella iniziale; quindi quando l'interruttore è chiuso l'alimentatore fornisce al circuito una potenza di $120\,\mathrm{W}$.

QUESITO n. 3

Poiché le due molle hanno la stessa lunghezza finale e la stessa lunghezza a riposo, hanno anche lo stesso allungamento x, e quindi ciascuna di esse esercita una forza di modulo kx.

Poiché il blocco è in equilibrio, detto P il modulo del suo peso, avremo

$$2kx = P \quad \Rightarrow \quad x = \ell - \ell_0 = \frac{P}{2k} \quad \Rightarrow \quad \ell = \ell_0 + \frac{P}{2k} = 30.0\,\mathrm{cm}\,.$$

NOTA per i correttori $\Rightarrow$ *La risposta va bene anche se scritta come* $\ell = 30\,\mathrm{cm}$.

QUESITO n. 4

Poiché le onde hanno la stessa frequenza, il risultato della loro sovrapposizione sarà un'onda con la stessa frequenza. Dato che le sorgenti sono in fase ed equidistanti da M si ha interferenza costruttiva e l'ampiezza dell'onda risultante sarà la somma delle ampiezze delle due onde

$$A_{\mathrm{ris}} = 2A$$

dove A è l'ampiezza di una singola onda in quel punto. L'intensità è proporzionale al quadrato dell'ampiezza, dunque, se k è la costante di proporzionalità

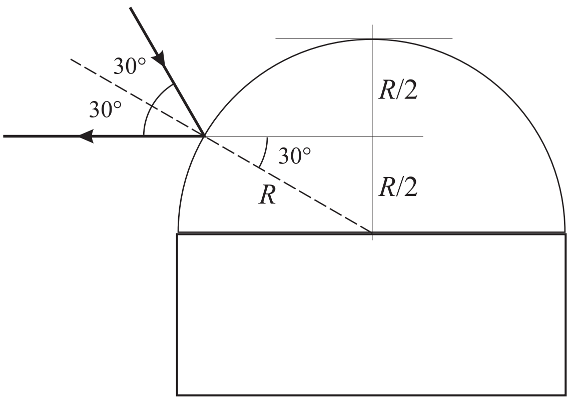
$$I_{\mathrm{ris}} = k\,(A_{\mathrm{ris}})^2 = 4k\,A^2 = 4I$$

dove I è l'intensità di una singola onda a quella distanza. Detta P la potenza emessa da ciascuna sorgente e r la distanza del punto M da ciascuna sorgente, si ha quindi

$$I_{\mathrm{ris}} = 4\,\frac{P}{4\pi\,r^2} = \frac{P}{\pi\,r^2} = 3.98 \times 10^{-2}\,\mathrm{W\,m^{-2}}\,.$$

RIS $\Rightarrow$ $\boxed{3.96 \le I_{\mathrm{ris}} \le 4.00 \quad [\,10^{-2}\,\mathrm{W\,m^{-2}}\,]}$

QUESITO n. 5



Poiché l'osservatore è a grande distanza, i raggi riflessi dalla cupola che incidono sul teleobiettivo sono tutti approssimativamente orizzontali.

Usando la legge della riflessione, con un'immediata costruzione geometrica mostrata in figura si deduce che l'altezza angolare del Sole era, in quell'istante, di 60°.

QUESITO n. 6

Assumendo che l'energia potenziale a distanza infinita sia nulla, l'energia cinetica finale del sistema è pari all'energia potenziale elettrostatica al momento del rilascio che, a sua volta, è uguale al lavoro necessario per creare la configurazione a triangolo.

Per la simmetria del sistema, l'energia cinetica di ciascuna particella è un terzo dell'energia disponibile, dunque

$$\frac{1}{2}\,mv^2 = \frac{1}{3}\,L \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2L}{3m}} = 3.16 \times 10^3\,\mathrm{m\,s^{-1}}\,.$$

RIS $\Rightarrow$ $\boxed{3.15 \le v \le 3.17 \quad [\,10^3\,\mathrm{m\,s^{-1}}\,]}$

QUESITO n. 7

Considerando l'aria come un gas perfetto, si applica la legge $pV = nRT$.

All'inizio e alla fine le moli di aria sono rispettivamente

$$n_0 = \frac{p_0 V_0}{R T_0} \quad \text{e} \quad n_1 = \frac{p_1 V_1}{R T_1} \quad \text{con} \quad V_1 = 1.07\, V_0$$

per cui la frazione di aria fuoriuscita è

$$\frac{-\Delta n}{n_0} = \frac{n_0 - n_1}{n_0} = 1 - \frac{n_1}{n_0} = 1 - \frac{p_1 V_1\, T_0}{p_0 V_0\, T_1} = 1 - 1.07\, \frac{p_1\, T_0}{p_0\, T_1} = 0.1618 = 16.18\,\% \,.$$

RIS $\Rightarrow$ $\boxed{16.12 \le |\Delta n/n_0| \le 16.24 \quad [\,\%\,]}$

QUESITO n. 8

In condizioni stazionarie il flusso di calore è lo stesso attraverso ogni sezione del sistema; scegliendo una sezione della barra più sottile e una dell'altra barra, si può quindi scrivere

$$\Phi = k \frac{\pi\,(d/2)^2\,(T_1 - T_\mathrm{G})}{\ell} = \frac{3k}{2}\, \frac{\pi\,(2\,d/2)^2\,(T_\mathrm{G} - T_2)}{\ell} \quad \text{da cui}$$

$$\frac{T_1 - T_\mathrm{G}}{4} = \frac{3\,(T_\mathrm{G} - T_2)}{2} \quad \Rightarrow \quad T_\mathrm{G} = \frac{T_1 + 6T_2}{7} = 50\,^\circ\mathrm{C}\,.$$

RIS $\Rightarrow$ $\boxed{48.8 \le T_\mathrm{G} \le 51.2 \quad [\,^\circ\mathrm{C}\,]}$

QUESITO n. 9

Un oggetto di massa m in orbita circolare attorno alla Terra ad una distanza r ha una energia totale (*)

$$E = -\frac{GMm}{2r}\,.$$

La navetta ha quindi una energia iniziale $E_\mathrm{i} = -GMm/(2R)$ e una energia finale $E_\mathrm{f} = -GMm/(6R)$.

I motori devono quindi fornire una energia pari alla differenza di energia tra le due orbite, ossia

$$\Delta E = E_\mathrm{f} - E_\mathrm{i} = -\frac{GMm}{6R} + \frac{GMm}{2R} = \frac{GMm}{3R}\,.$$

QUESITO n. 10

Poiché le distanze tra i piani sono tutte molto minori delle dimensioni delle superfici considerate, si possono trascurare gli effetti di bordo.

Il campo di una distribuzione piana e uniforme di carica Q ha modulo $E(Q) = |Q|\,/(2\varepsilon_0\,A)$, dove $A = \ell^2$ è la superficie, e verso uscente essendo $Q > 0$.

Poiché la lastra conduttrice è scarica e isolata, le cariche indotte sulle due superfici hanno somma nulla e si possono quindi scrivere come q e $-q$ con la carica negativa dalla parte della lastra con carica Q.

Il campo generato da questo doppio strato, nel volume della lastra conduttrice, ha modulo

$$E(q) = \frac{q}{\varepsilon_0\,\ell^2} \quad \text{e verso opposto al precedente.}$$

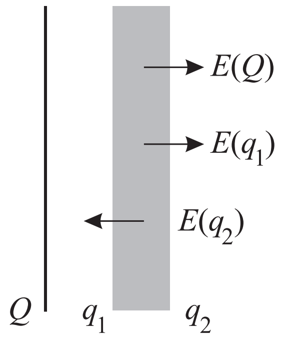
Poiché all'equilibrio il campo nel volume conduttore deve essere nullo, occorre che sia $E(q) = E(Q)$, ovvero

$$\frac{q}{\varepsilon_0\,\ell^2} = \frac{Q}{2\,\varepsilon_0\,\ell^2} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{Q}{2}\,.$$

(*) Ricordando che la forza centripeta è data dalla forza di gravità, si ha

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \quad \Rightarrow \quad K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{r}{2}\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{2r} = -\frac{1}{2}U \quad \text{da cui} \quad E = K + U = -K = \frac{1}{2}U$$

Soluzione formale



Dette q_1 e q_2 le cariche incognite sulle due superfici di area A della lastra conduttrice, si devono scrivere due condizioni: poiché la lastra è isolata e inizialmente scarica, una condizione è che la carica totale su di essa sia nulla; poi, dato che la lastra è conduttrice e all'equilibrio, il campo "totale" all'interno di essa deve essere nullo.

Per scrivere correttamente la seconda equazione nella regione che interessa, si disegna – come in figura – il campo dei diversi piani di carica, assumendo che questa sia positiva e si scrivono le diverse componenti con il segno associato al verso di ciascuna; di conseguenza le equazioni per q_1 e q_2 si scrivono

$$\begin{cases} q_1 + q_2 = 0 \\ \dfrac{Q}{2\varepsilon_0 A} + \dfrac{q_1}{2\varepsilon_0 A} - \dfrac{q_2}{2\varepsilon_0 A} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 + q_2 = 0 \\ q_1 - q_2 = -Q \end{cases}$$

la cui soluzione è

$$q_1 = -\frac{1}{2}Q \quad \text{e} \quad q_2 = \frac{1}{2}Q\,.$$

NOTA per i correttori ⇒ *Assegnare 1 punto per la condizione di annullamento del campo all'interno del conduttore e 1 per l'espressione del campo elettrostatico.*

Materiale elaborato dal Gruppo

Problemi

PROBLEMA n. 1 – Scorrere, scorrere...

Quesito n. 1.

Per determinare se vi è scorrimento tra i due corpi, conviene supporre che essi non scorrano e ricavare l'intensità della forza di attrito statico che sarebbe necessaria: se il valore trovato è superiore a quello massimo possibile $F_{\mathrm{a,max}}$, allora si avrà scorrimento.

Detta N l'intensità della reazione normale tra i due blocchi

$$F_{\mathrm{a,max}} = \mu_{\mathrm{s}}\, N\,.$$

Poiché il moto si svolge solo in direzione orizzontale, per il secondo principio della dinamica le componenti verticali delle forze su ciascun corpo si equilibrano.

Le uniche due forze che agiscono sul blocco superiore in direzione verticale sono il peso di intensità mg, diretto verso il basso, e la reazione normale, diretta verso l'alto, per cui si ha $N - mg = 0$ e quindi

$$F_{\mathrm{a,max}} = \mu_{\mathrm{s}} mg = 3.530\,\mathrm{N}\,.$$

Se il blocco superiore non scorre su quello inferiore, la loro accelerazione comune a_{com} è data dalla seconda legge di Newton applicata ai due corpi supposti solidali

$$F = (m+M)\, a_{\mathrm{com}} \quad \Rightarrow \quad a_{\mathrm{com}} = \frac{F}{M+m}\,.$$

Sempre nell'ipotesi di non scorrimento, poiché sul blocco superiore, in direzione orizzontale, agisce solo la forza di attrito statico, questa dovrebbe essere

$$F_{\mathrm{a}} = m a_{\mathrm{com}} = m\frac{F}{M+m} = 3.830\,\mathrm{N}\,.$$

Risulta quindi $F_{\mathrm{a}} > F_{\mathrm{a,max}}$ da cui si deduce che il blocco superiore scorre su quello inferiore.

Quesito n. 2.

In direzione orizzontale sul blocco superiore agisce solo la forza di attrito dinamico, quindi, considerando positiva la direzione verso destra e detta a la componente orizzontale della sua accelerazione

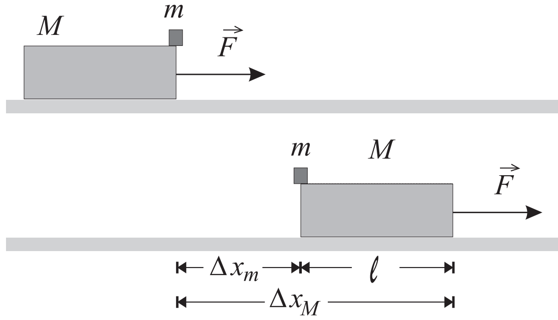
$$\mu_d mg = ma \quad \Rightarrow \quad a = \mu_d g = 2.059\,\mathrm{m\,s^{-2}}\,.$$

RIS $\Rightarrow$ $\boxed{2.055 \le a \le 2.063 \quad [\,\mathrm{m\,s^{-2}}\,]}$

Sul blocco inferiore, sempre in direzione orizzontale, agiscono invece la forza $\vec{F}$ e l'attrito dinamico, che hanno versi opposti quindi, detta A la componente orizzontale della sua accelerazione, si ha

$$F - \mu_d mg = MA \quad \Rightarrow \quad A = \frac{F-\mu_d mg}{M} = 3.580\,\mathrm{m\,s^{-2}}\,.$$

RIS $\Rightarrow$ $\boxed{3.562 \le A \le 3.598 \quad [\,\mathrm{m\,s^{-2}}\,]}$



Il blocco superiore raggiunge il bordo sinistro quando il blocco inferiore ha percorso una distanza ℓ in più rispetto ad esso. Poiché entrambi partono da fermi, si ha

$$\Delta x_M = \Delta x_m + \ell \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}AT_{\mathrm{c}}^2 = \frac{1}{2}aT_{\mathrm{c}}^2 + \ell \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad T_{\mathrm{c}} = \sqrt{\frac{2\ell}{A-a}} = \sqrt{\frac{2M\ell}{F-\mu_d g(M+m)}} = 0.939\,\mathrm{s}\,.$$

RIS $\Rightarrow$ $\boxed{0.931 \le T_{\mathrm{c}} \le 0.947 \quad [\,\mathrm{s}\,]}$

Quesito n. 3.

Dato che le velocità iniziali sono nulle, le componenti orizzontali delle due velocità finali si ottengono da

$$v = aT_c = 1.93 \text{ m s}^{-1}$$ RIS $\Rightarrow$ $\boxed{1.91 \le V \le 1.95 \quad [\,\text{m s}^{-1}\,]}$

$$V = aT_c = 3.36 \text{ m s}^{-1} .$$ RIS $\Rightarrow$ $\boxed{3.32 \le v \le 3.40 \quad [\,\text{m s}^{-1}\,]}$

Essendo le componenti positive, entrambe le velocità sono dirette verso destra.

Quesito n. 4.

Ci sono almeno due possibili approcci alla soluzione.

1. Si applica la prima equazione cardinale dei sistemi al moto del centro di massa. Pertanto, considerando che nella direzione orizzontale l'unica forza esterna è $\vec{F}$, per le componenti orizzontali si ha

$$F = (m + M)\, a_{\mathsf{cm}} \quad \Rightarrow \quad a_{\mathsf{cm}} = \frac{F}{m + M}$$

Utilizzando l'espressione di T_c calcolata al quesito 2, si ottiene

$$\Delta x_{\mathsf{cm}} = \frac{1}{2} a_{\mathsf{cm}} T_c^2 = \frac{1}{2} \frac{F}{m + M} \frac{2M\ell}{F - \mu_d g(M + m)} = 1.41 \text{ m} .$$ RIS $\Rightarrow$ $\boxed{1.38 \le \Delta x_{\mathsf{cm}} \le 1.44 \quad [\,\text{m}\,]}$

2. Prima si calcolano gli spostamenti dei due blocchi

$$\Delta x_m = \frac{1}{2} a T_c^2$$

$$\Delta x_M = \frac{1}{2} A T_c^2 .$$

Successivamente, si calcola lo spostamento del centro di massa come

$$\Delta x_{\mathsf{cm}} = \frac{m \Delta x_m + M \Delta x_M}{m + M} = 1.41 \text{ m} .$$ RIS $\Rightarrow$ $\boxed{1.38 \le \Delta x_{\mathsf{cm}} \le 1.44 \quad [\,\text{m}\,]}$

Sostituendo le espressioni per Δx_m e Δx_M e inserendo quelle per le accelerazioni precedentemente ottenute si ottiene nuovamente la stessa espressione precedente.

NOTA per i correttori $\Rightarrow$ *Sono da ritenere valide anche le soluzioni che utilizzano i risultati numerici ottenuti precedentemente, purché il risultato finale cada nell'intervallo previsto.*

PROBLEMA n. 2 – Due in uno

Parte A

Quesito n. 1.

Poiché la trasformazione (2) è un'espansione adiabatica reversibile, si ha

$$p_{\mathsf{C}} V_{\mathsf{C}}^{\gamma} = p_{\mathsf{B}} V_{\mathsf{B}}^{\gamma} = 2\, p_{\mathsf{A}} V_{\mathsf{A}}^{\gamma}$$

dove $\gamma = 5/3$ essendo il gas monoatomico. Poiché la (3) è una isoterma, risulta

$$p_{\mathsf{C}} V_{\mathsf{C}} = p_{\mathsf{A}} V_{\mathsf{A}} .$$

Dividendo membro a membro e risolvendo si ha

$$V_{\mathsf{C}} = 2^{3/2} V_{\mathsf{A}} = 2\sqrt{2}\, V_{\mathsf{A}} = 2.83\, V_{\mathsf{A}}$$ RIS $\Rightarrow$ $\boxed{2.81 \le V_{\mathsf{C}} \le 2.85 \quad [\,V_{\mathsf{A}}\,]}$

e di conseguenza

$$p_{\mathsf{C}} = 2^{-3/2} p_{\mathsf{A}} = \frac{\sqrt{2}}{4}\, p_{\mathsf{A}} = 0.3536\, p_{\mathsf{A}} .$$ RIS $\Rightarrow$ $\boxed{0.3534 \le p_{\mathsf{C}} \le 0.3538 \quad [\,p_{\mathsf{A}}\,]}$

Quesito n. 2.

Il rendimento è $\eta = L/Q_{\rm ass}$, ossia il rapporto tra il lavoro netto e il calore assorbito.

Durante il ciclo, nella trasformazione (1) il calore viene assorbito: $Q_1 > 0$; nella (2), che è una adiabatica, non c'è scambio di calore ($Q_2 = 0$) e nella (3), compressione isoterma, il calore è ceduto: $Q_3 < 0$. Per il primo principio della termodinamica, dato che in un ciclo chiuso l'energia interna non varia,

$$\Delta U = Q - L = 0 \quad \Rightarrow \quad L = Q = Q_{\rm ass} + Q_{\rm ced} \quad \text{da cui} \quad \eta = \frac{Q_{\rm ass} + Q_{\rm ced}}{Q_{\rm ass}} = 1 + \frac{Q_{\rm ced}}{Q_{\rm ass}} = 1 + \frac{Q_3}{Q_1}\,.$$

Usando l'equazione di stato e ricordando che $p_{\sf B} = 2p_{\sf A}$ e $c_V = (3/2)\,R$, si ottiene

$$Q_1 = n\,c_V\,\Delta T = \frac{3}{2}V_{\sf A}(p_{\sf B} - p_{\sf A}) = \frac{3}{2}p_{\sf A}V_{\sf A}$$

e poi

$$Q_3 = nRT_A \ln\frac{V_{\sf A}}{V_{\sf C}} = p_{\sf A}V_{\sf A}\ln\frac{V_{\sf A}}{V_{\sf C}} \quad \text{da cui}$$

$$\eta = 1 + \frac{2}{3}\ln\frac{V_{\sf A}}{V_{\sf C}} = 1 + \frac{2}{3}\ln 2^{-3/2} = 1 - \ln 2 = 0.3069 = 30.69\,\%\,. \qquad \text{RIS} \quad \Rightarrow \quad \boxed{30.67 \le \eta \le 30.71 \quad [\,\%\,]}$$

Quesito n. 3.

Il lavoro compiuto in un ciclo è $L = \eta\,Q_{\rm ass}$.

La potenza sviluppata dal motore è data dal rapporto tra il lavoro compiuto in un intervallo di tempo Δt e questo intervallo di tempo. Se N è il numero di cicli compiuti in un intervallo Δt, la potenza è

$$P = \frac{N\,L}{\Delta t} = L\,f = \eta\,Q_{\rm ass}\,f = \frac{3}{2}(1 - \ln 2)\,p_{\sf A}V_{\sf A}\,f = 1.38\,\text{kW}\,. \qquad \text{RIS} \quad \Rightarrow \quad \boxed{1.36 \le P \le 1.40 \quad [\,\text{kW}\,]}$$

Parte B

Quesito n. 1.

La potenza emessa dal Sole, necessaria per avere sulla Terra l'intensità di radiazione C, è

$$P = C \cdot 4\pi\,R^2 = 3.88 \times 10^{26}\,\text{W}\,. \qquad \text{RIS} \quad \Rightarrow \quad \boxed{3.86 \le P \le 3.90 \quad [\,\text{W}\,]}$$

Quesito n. 2.

L'energia, E, disponibile è data da

$$E = 0.4\,M\,\lambda\,.$$

La durata, Δt, di funzionamento del Sole si ottiene dal rapporto tra energia e potenza

$$\Delta t = \frac{E}{P} = \frac{0.4\,M\,\lambda}{P} = 6.15 \times 10^{10}\,\text{s} = 1950\,\text{anni}\,. \qquad \text{RIS} \quad \Rightarrow \quad \boxed{6.09 \le P \le 6.21 \quad [\,10^{10}\,\text{s}\,]}$$

$$\text{RIS} \quad \Rightarrow \quad \boxed{1930 \le P \le 1970 \quad [\,\text{anni}\,]}$$

NOTA per i correttori $\Rightarrow$ *Non è richiesto il calcolo in entrambe le unità di misura.*

Poiché la vita sulla Terra esiste chiaramente da più di 2 000 anni, questo modello non può essere realistico.

PROBLEMA n. 3 – Circuiti RC

Quesito n. 1.

Nella carica del condensatore la d.d.p. ai capi del condensatore varia, in funzione del tempo, in questo modo

$$V(t) = V_0\,(1 - e^{-t/RC})\,.$$

Imponendo che per $t = 60\,\mathrm{s}$ sia $V = 9\,\mathrm{V} = 3V_0/4$ si ricava

$$1 - e^{-t/RC} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad -\frac{t}{RC} = \ln\frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{t}{C\,\ln 4} = 4.33\,\mathrm{k\Omega}\,. \qquad \text{RIS} \quad \Rightarrow \quad \boxed{4.30 \le t_C \le 4.36 \quad [\,\mathrm{k\Omega}\,]}$$

Quesito n. 2.

L'energia immagazzinata nel condensatore è

$$U_C = \frac{1}{2}\,CV^2 = \frac{1}{2}\,C\left(\frac{3}{4}\,V_0\right)^2 = \frac{9}{32}\,CV_0^2\,.$$

Per calcolare l'energia erogata dal generatore occorre integrare la potenza $W(t) = V_0\,I(t)$ nell'intervallo di tempo t_C, essendo $I(t) = (V_0/R)\,e^{-t/RC}$:

$$U_\mathrm{G} = \int_0^{t_C} V_0\,I(t)\,dt = \int_0^{t_C} \frac{V_0^2}{R}\,e^{-t/RC}\,dt = -CV_0^2\,e^{-t/RC}\Big|_0^{t_C} = \frac{3}{4}CV_0^2\,.$$

Il rapporto cercato è quindi

$$\frac{U_C}{U_\mathrm{G}} = \frac{3}{8} = 0.375\,. \qquad \text{RIS} \quad \Rightarrow \quad \boxed{0.371 \le U_C/U_\mathrm{G} \le 0.379}$$

Quesito n. 3.

La resistenza necessaria è, con buona approssimazione, pari a $(4 + 1/3)\,\mathrm{k\Omega}$ che suggerisce di costruire la serie di due resistenze da $2\,\mathrm{k\Omega}$ con, ancora in serie, il parallelo delle tre resistenze da $1\,\mathrm{k\Omega}$.

Quesito n. 4.

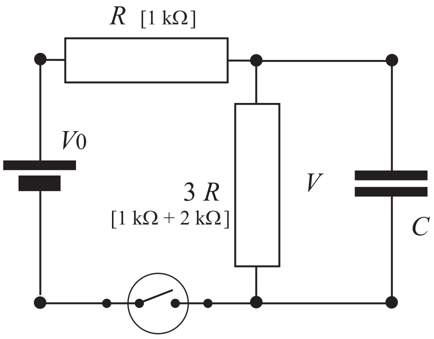
Nel circuito proposto, una volta raggiunta una situazione stazionaria, la corrente I scorre solo nella maglia delle due resistenze, la d.d.p. ai capi del condensatore è uguale a quella ai capi di R_2 ed è

$$V_2 = R_2 I = R_2\frac{V_0}{R_1 + R_2}\,.$$

Poiché deve essere $V_2 = 3V_0/4$ risulta

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2}\,V_0 = \frac{3V_0}{4} \quad \Rightarrow \quad 4R_2 = 3(R_1 + R_2) \quad \Rightarrow \quad R_2 = 3R_1$$

È quindi necessario disporre di due resistenze in rapporto 3:1 .



Quesito n. 5.

Il partitore si può realizzare, per esempio, con due resistenze da $1\,\mathrm{k\Omega}$ e una da $2\,\mathrm{k\Omega}$ come mostrato in figura o in altro modo.