Associazione per l'Insegnamento della Fisica

PROGETTO AIF OLIMPIADI

Olimpiadi di Fisica 2014

GARA DI 2° LIVELLO
MARTEDÌ 18 FEBBRAIO 2014

Soluzioni

Quesiti

NOTA importante sui RISULTATI NUMERICI:

Nella soluzione dei quesiti e dei problemi per i quali è richiesto un risultato numerico, tale risultato – esclusi i casi banali – è accompagnato dall'indicazione dell'intervallo dei valori da ritenersi accettabili, sulla base dell'incertezza con cui sono stati forniti i dati del problema. Il risultato è dunque considerato corretto se:

1. il valore numerico rientra nell'intervallo indicato o coincide con quello della soluzione ufficiale quando non è indicato alcun intervallo;
2. il numero di cifre significative con cui è scritto non differisce per più di una dal numero di cifre riportato nella soluzione ufficiale;
3. viene indicata la corretta unità di misura.

Qualora anche una sola di queste condizioni non sia rispettata, il risultato numerico deve essere considerato errato (perdita di 1 punto).

QUESITO n. 1

Le sorgenti che si osservano in astronomia sono molto distanti, pertanto in assenza dell'oculare, l'obiettivo formerebbe immagini reali sul piano focale, quindi ad 1 m da esso; per poter avere raggi paralleli in uscita dal cannocchiale (cioè per osservare l'immagine all'infinito) i prolungamenti geometrici dei raggi che incidono sull'oculare devono convergere nel fuoco oltre lo stesso; in altre parole le due lenti devono avere un fuoco (oltre che l'asse ottico) in comune. La distanza d tra le due lenti (detta *"tiraggio"*) deve quindi essere uguale alla somma delle distanze focali delle due lenti, cioè $d = 95\,\mathrm{cm}$.

Osserviamo che la condizione per cui il tiraggio dev'essere uguale alla somma delle distanze focali delle due lenti vale anche per il cannocchiale astronomico, realizzato con lenti entrambe convergenti.

QUESITO n. 2

In condizioni stazionarie, il flusso di calore che attraversa i due strati della lastra è lo stesso. Ricordiamo che il flusso termico attraverso uno strato omogeneo di area A è direttamente proporzionale all'area stessa e alla differenza di temperatura tra le facce opposte, e inversamente proporzionale allo spessore dello strato; la costante di proporzionalità è la conducibilità termica del materiale di cui esso è costituito. Abbiamo allora:

$$\sigma_\mathrm{v}\, A\frac{t_\mathrm{v}-t_\mathrm{i}}{s_\mathrm{v}} = \sigma_\mathrm{p}\, A\frac{t_\mathrm{i}-t_\mathrm{p}}{s_\mathrm{p}} \quad \text{da cui} \quad s_\mathrm{p} = s_\mathrm{v}\frac{\sigma_\mathrm{p}}{\sigma_\mathrm{v}}\,\frac{t_\mathrm{i}-t_\mathrm{p}}{t_\mathrm{v}-t_\mathrm{i}} = 6.0\,\mathrm{mm}\,. \qquad \text{RIS} \;\Rightarrow\; \boxed{5.96 \le s_\mathrm{p} \le 6.02 \quad [\,\mathrm{mm}\,]}$$

QUESITO n. 3

Scegliendo come verso positivo il verso orario per la corrente, la legge di Kirchhoff delle maglie si scrive

$$RI + \frac{Q}{2C} - \frac{Q}{C} = 0 \quad \Rightarrow \quad I = \frac{Q}{2RC} = 40\,\mathrm{mA}\,.$$

Dato che questo valore è positivo, la corrente circola in verso orario.

NOTA per i correttori $\Rightarrow$ *Attribuire 1 punto a chi sbaglia o non specifica il verso della corrente.*

QUESITO n. 4

In un urto elastico (in assenza di forze esterne impulsive) si conservano sia la quantità di moto sia l'energia cinetica. Possiamo quindi scrivere (indicando con apici le velocità finali)

$$\begin{cases} m_1 v_1' + m_2 v_2' = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ \frac{1}{2} m_1 {v_1'}^2 + \frac{1}{2} m_2 {v_2'}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} m_1 (v_1' - v_1) = m_2 (v_2 - v_2') \\ m_1 ({v_1'}^2 - v_1^2) = m_2 ({v_2}^2 - {v_2'}^2) \end{cases} \tag{1}$$

Dividendo la seconda equazione per la prima otteniamo

$v_1' = v_2' + v_2 - v_1$ espressione che, sostituita nella prima delle (1), dà infine

$$m_2 = m_1 \frac{v_2 + v_2' - 2v_1}{v_2 - v_2'} = 15\,\mathrm{kg}\,.$$

QUESITO n. 5

Il rendimento di una macchina termica reversibile che scambia calore con due sole sorgenti (macchina di Carnot) è $\eta_C = (T_2 - T_1)/T_2$, dove T_1 e T_2 sono le temperature assolute rispettivamente della sorgente fredda e di quella calda.

Poiché il rendimento di una qualunque macchina termica è, per definizione, L/Q_a dove L è il lavoro netto scambiato durante il ciclo e Q_a è il calore assorbito, e poiché – indicando con P_m e $P_\mathrm{t\,a}$ rispettivamente la potenza meccanica e quella termica assorbita – risulta evidentemente $L/Q_a = P_\mathrm{m}/P_\mathrm{t\,a}$, abbiamo:

$$0.4\,(T_2 - T_1)/T_2 = P_\mathrm{m}/P_\mathrm{t\,a}$$

da cui

$$P_\mathrm{t\,a} = P_\mathrm{m} \frac{T_2}{0.4\,(T_2 - T_1)} = 2.99\,\mathrm{kW}\,.$$

RIS $\Rightarrow$ $\boxed{2.984 \le P_\mathrm{t\,a} \le 2.998 \quad [\,\mathrm{kW}\,]}$

QUESITO n. 6

Se si trascura la resistenza dell'aria, l'energia meccanica si conserva durante il moto. Abbiamo quindi:

$$mgh_0 + {}^1\!/_2\, mv_0^2 = {}^1\!/_2\, mv_\mathrm{f}^2$$

dove m è la massa della palla, v_f la sua velocità finale e h_0 l'altezza del punto di lancio della palla. Da questa relazione ricaviamo

$$h_0 = \frac{v_\mathrm{f}^2 - v_0^2}{2g} = 9.2\,\mathrm{m}\,.$$

Se h è l'altezza della studentessa, il terrapieno ha un'altezza $h_0 - h = 7.5\,\mathrm{m}$.

RIS $\Rightarrow$ $\boxed{7.42 \le h \le 7.52 \quad [\,\mathrm{m}\,]}$

NOTA per i correttori $\Rightarrow$ *Attribuire 2 punti se non viene sottratta l'altezza della studentessa.*

QUESITO n. 7

Dal lato del rame sul piatto della bilancia, tenendo conto anche della spinta idrostatica, agisce una forza $F_{\mathrm{Cu}} = m_{\mathrm{Cu}}g - (m_{\mathrm{Cu}}/\rho_{\mathrm{Cu}})\rho_{\mathrm{acq}}\, g$; dal lato dell'oro, una forza $F_{\mathrm{Au}} = m_{\mathrm{Au}}g - (m_{\mathrm{Au}}/\rho_{\mathrm{Au}})\rho_{\mathrm{acq}}\, g$, con evidente significato dei simboli. Quando la bilancia è in equilibrio, le due forze sono uguali, quindi si ricava

$$m_{\mathrm{Au}} = m_{\mathrm{Cu}}\frac{\rho_{\mathrm{Au}}(\rho_{\mathrm{Cu}} - \rho_{\mathrm{acq}})}{\rho_{\mathrm{Cu}}(\rho_{\mathrm{Au}} - \rho_{\mathrm{acq}})} = 1.124\,\mathrm{kg}\,.$$

RIS ⇒ $\boxed{1.123 \le m_{\mathrm{Au}} \le 1.125 \quad [\,\mathrm{kg}\,]}$

QUESITO n. 8

Detta $T < F$ la forza che il bullone esercita sulla staffa ed $a > d/2$ la distanza tra il muro e il punto di applicazione del lampione, all'equilibrio risulta, dall'equazione dei momenti, $hT = aP$ con P peso del lampione. A parità di T, quindi, il massimo peso del lampione che si può appendere corrisponde a un valore di a minimo. Risulta

$$P = \frac{hT}{a} < \frac{2hT}{d} < \frac{2hF}{d}\,.$$

NOTA per i correttori ⇒ *Si attribuisca punteggio pieno anche a chi esamina direttamente la situazione limite ponendo $T = F$.*

QUESITO n. 9

Tra i punti A e B ci sono tre fili collegati in parallelo. Il primo è il tratto AB del filo ABC, il secondo è il filo AB e il terzo è dato dal filo AC in serie con il tratto CB del filo ABC.

La resistenza complessiva R_{AB} è data dal parallelo delle tre resistenze. Posta uguale a R la resistenza del filo AB, ricordando che la resistenza di un filo è direttamente proporzionale alla sua lunghezza, si ha

$$\frac{1}{R_{\mathrm{AB}}} = \frac{1}{R} + \frac{a}{R(a+x)} + \frac{a}{R(\ell - x)}$$

Sommando si ottiene

$$\frac{1}{R_{\mathrm{AB}}} = \frac{1}{R}\left[1 + \frac{a(\ell + a)}{(a+x)(\ell - x)}\right]$$

Al variare di x, R_{AB} è massima quando è massimo il prodotto $(\ell - x)(a + x) = \ell a + x(\ell - a) - x^2$, il cui grafico è una parabola con la concavità verso il basso. Il massimo si ha per x corrispondente al vertice della parabola, cioè per $x = (\ell - a)/2$.

QUESITO n. 10

Prima dell'apertura della botola, sul primo corpo agisce il peso $m_1 g$ (verso il basso) e la spinta della molla (verso l'alto); le due forze si equilibrano, quindi la spinta della molla è anch'essa $m_1 g$. Sul secondo corpo agiscono: il peso $m_2 g$ (verso il basso), la spinta della molla $m_1 g$ (verso il basso) e la reazione vincolare della botola (verso l'alto). Immediatamente dopo che quest'ultima viene a mancare, l'estensione della molla, e quindi la sua spinta, è invariata, quindi il secondo corpo è soggetto a una forza $(m_1 + m_2)g = m_2 a$. La sua accelerazione è quindi $a = 1.5\,g = 14.7\,\mathrm{m\,s^{-2}}$, mentre quella del primo corpo è ancora nulla.

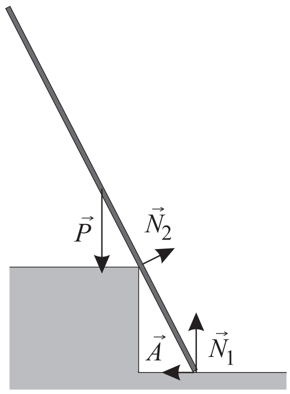
RIS ⇒ $\boxed{14.70 \le a \le 14.73 \quad [\,\mathrm{m\,s^{-2}}\,]}$

NOTA per i correttori ⇒ *Si assegni un solo punto a chi sbaglia o non fornisce l'accelerazione di uno dei due corpi.*

PROBLEMA n. 1 – Asta in equilibrio

Quesito n. 1.

L'angolo α può variare tra $\operatorname{arcsen}(1/4) = 14.5°$ (asta appoggiata con la punta allo spigolo del gradino) e $90°$ (asta verticale).



Quesito n. 2.

Le forze che agiscono sull'asta in equilibrio sono: il peso $\vec{P}$, la forza esercitata dal pavimento – che come al solito scomponiamo in una componente normale ($\vec{N}_1$) e una tangenziale (l'attrito statico $\vec{A}$) – e la forza esercitata dal gradino. Poiché l'attrito tra l'asta e il gradino è trascurabile, questa forza è normale all'asta, e la indicheremo con $\vec{N}_2$.

La condizione di equilibrio dell'asta rispetto alla traslazione, ovvero l'annullamento della forza risultante, si scrive quindi:

$$\vec{P} + \vec{N}_1 + \vec{A} + \vec{N}_2 = 0$$

Scomponendo questa equazione lungo una direzione orizzontale e una verticale, otteniamo due equazioni scalari:

$$\begin{cases} N_2 \operatorname{sen}\alpha - A = 0 \\ N_1 + N_2 \cos\alpha - P = 0 \end{cases} \qquad (1)$$

La condizione di equilibrio rispetto alla rotazione è data dall'annullarsi dei momenti delle forze agenti rispetto ad uno stesso punto, che può essere scelto arbitrariamente se la risultante delle forze è nulla. Scegliendo per comodità il punto di contatto tra l'asta e il pavimento, e considerando positivi i momenti che tendono a far ruotare l'asta in senso antiorario, abbiamo

$$2Ph\cos\alpha - N_2 h/\operatorname{sen}\alpha = 0$$

Quest'ultima equazione ci consente di ricavare immediatamente N_2

$$N_2 = 2P\ \operatorname{sen}\alpha\ \cos\alpha$$

Sostituendo questo valore nelle (1) abbiamo

$$A = 2P\operatorname{sen}^2\alpha\ \cos\alpha$$

$$N_1 = P - 2P\operatorname{sen}\alpha\ \cos^2\alpha \qquad (2)$$

Questi sono i valori dei moduli delle forze vincolari che sono necessari per assicurare l'equilibrio dell'asta.

Quesito n. 3.

Notiamo che, dal punto di vista matematico, l'espressione di N_1 può essere positiva o negativa; se la (2) fornisce un valore negativo, questo significa che, per assicurare l'equilibrio dell'asta, occorrerebbe una forza rivolta verso il basso. Poiché questo non è fisicamente possibile, si ha che in questo caso l'asta ruota attorno allo spigolo del gradino. In altre parole, per avere l'equilibrio dev'essere:

$$\operatorname{sen}\alpha\ \cos^2\alpha < 1/2 \quad \Rightarrow \quad \operatorname{sen}2\alpha\ \cos\alpha < 1$$

Nell'intervallo che ci interessa (tra $14.5°$ e $90°$), questa disequazione è sempre soddisfatta perché risulta sempre $\operatorname{sen}2\alpha \le 1$, $\cos\alpha \le 1$ e i due fattori non sono mai contemporaneamente uguali ad 1. Possiamo concludere che l'asta non ruota mai attorno allo spigolo del gradino.

Quesito n. 4.

Affinché l'asta non scivoli, dev'essere

$$A < \mu N_1 \quad \text{ovvero} \quad 2P \operatorname{sen}^2\alpha \cos\alpha < \mu P(1 - 2\operatorname{sen}\alpha\cos^2\alpha) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \operatorname{sen}\alpha\cos\alpha\,(\operatorname{sen}\alpha + \mu\cos\alpha) = f(\alpha) < \mu/2$$

Studiamo per punti la funzione al primo membro, nell'intervallo che ci interessa:

α	$f(\alpha)$
14°	0.239
20°	0.352
30°	0.517
40°	0.618
50°	0.630
60°	0.548
70°	0.390
80°	0.192
90°	0

Osserviamo che la funzione ha un andamento regolare, crescente fino a circa 50° e poi decrescente. Supera il valore $\mu/2 = 0.4$ in qualche punto tra 20° e 30°, e torna poi al di sotto di questo valore in qualche punto tra 60° e 70°.

Analizziamo allora più in dettaglio questi intervalli:

α	$f(\alpha)$
22°	0.388
24°	0.423
26°	0.456
28°	0.487
30°	0.517

α	$f(\alpha)$
62°	0.522
64°	0.492
66°	0.460
68°	0.426
70°	0.390

Nel primo caso vediamo che il valore 0.4 viene attraversato tra 22° e 24°. Prendendo il punto medio di questo intervallo, 23°, siamo sicuri di individuare il punto di passaggio con la precisione richiesta. Nel secondo caso vediamo che il punto 0.4 viene attraversato tra 68° e 70°. Anche in questo caso, è sufficiente prendere il valore medio dell'intervallo.

Concludiamo quindi che l'asta è in equilibrio per angoli compresi tra 14.5° e 23°, e tra 69° e 90°.

PROBLEMA n. 2 – Interferenza

Quesito n. 1.

In un generico punto P dello schermo si ha un massimo di oscillazione se $r_2 - r_1 = m\lambda$ (dove m è un intero che rappresenta l'ordine del massimo, e r_1 e r_2 rappresentano rispettivamente le distanze tra P e le due sorgenti); abbiamo invece un minimo se $r_2 - r_1 = (k - 1/2)\lambda$, con $k = 1, 2, \ldots$ Per il punto A abbiamo $r_2 - r_1 = d = N\lambda$, quindi abbiamo un massimo di ordine N.

Quesito n. 2.

Considerata la simmetria cilindrica del sistema, attorno all'asse costituito dalla retta passante per le due sorgenti, il luogo geometrico dei punti, appartenenti al piano considerato, tali che $r_2 - r_1 =$ costante è una circonferenza con il centro nel punto A. Le frange d'interferenza assumono quindi la forma di circonferenze concentriche.

Quesito n. 3.

Si presentano qui di seguito quattro alternative di soluzione.

Alternativa A

Come detto sopra, le frange corrispondenti ad un minimo di oscillazione si hanno per $r_2 - r_1 = (k - 1/2)\lambda$, con k intero. Il triangolo avente per vertici S_1, S_2 e un punto P sullo schermo ha lati r_2, r_1 e d. Ricordando che in un triangolo la differenza di due lati è sempre minore o uguale del terzo si ha:

$$(k - 1/2)\lambda \le d \quad \Rightarrow \quad k \le d/\lambda + 1/2 = N + 1/2 \,.$$

Al crescere della distanza fra P e A, la differenza di cammino delle due onde provenienti da S_2 e S_1 diminuisce, quindi per la frangia più vicina ad A il valore di k deve essere il massimo possibile. Il massimo valore intero che soddisfa la relazione qui sopra è evidentemente $k = N$. La frangia, corrispondente ad un minimo, più vicina al punto A, cioè quella di ordine N, si trova ad una distanza h da A determinata dall'equazione

$$\sqrt{(d+D)^2 + h^2} - \sqrt{D^2 + h^2} = (N - 1/2)\,\lambda = d - \lambda/2 \tag{1}$$

$$(d+D)\sqrt{1 + \left(\frac{h}{d+D}\right)^2} - D\sqrt{1 + \left(\frac{h}{D}\right)^2} = d - \frac{\lambda}{2}$$

Per $h \ll D$ possiamo usare l'approssimazione suggerita nel testo:

$$(d+D)\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{h}{d+D}\right)^2\right] - D\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{h}{D}\right)^2\right] = d - \frac{\lambda}{2}$$

$$d + D + \frac{h^2}{2(d+D)} - D - \frac{h^2}{2D} = d - \frac{\lambda}{2}$$

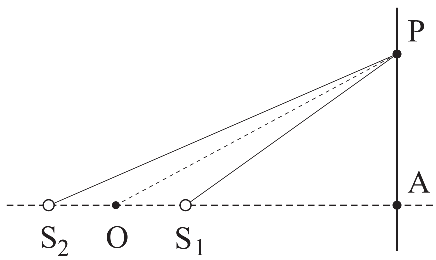
$$h = \sqrt{\frac{D(N\lambda + D)}{N}} \tag{2}$$

Alternativa B

Detto α l'angolo $\widehat{\mathrm{POA}}$, dove O è il centro del segmento S_1S_2, poiché $d \ll D$, la differenza $r_2 - r_1$ si può approssimare con $d\cos\alpha$. Quindi

$$\cos\alpha = \frac{(N - 1/2)\,\lambda}{N\lambda} = 1 - \frac{1}{2N} \quad \text{da cui}$$

$$h = \left(D + \frac{N\lambda}{2}\right)\tan\alpha = \left(D + \frac{N\lambda}{2}\right)\frac{\sqrt{4N-1}}{2N-1} \tag{3}$$



Alternativa C

Si possono sviluppare i passaggi algebrici a partire dalla (1) senza fare approssimazioni. Si ottiene

$$(d+D)^2 + h^2 = (N - 1/2)^2\lambda^2 + D^2 + h^2 + 2(N - 1/2)\lambda\sqrt{D^2 + h^2}$$

$$\frac{\lambda}{4}(4N-1) + 2ND = (2N-1)\sqrt{D^2 + h^2}$$

$$h = \frac{1}{2N-1}\sqrt{\frac{\lambda^2}{16}(4N-1)^2 + DN\lambda(4N-1) - D^2 + 4ND^2} = \frac{4N-1}{2N-1}\sqrt{\frac{\lambda^2}{16} + \frac{D(N\lambda + D)}{4N-1}} \tag{4}$$

Alternativa D

Infine un ulteriore approccio si ottiene ricordando che il luogo geometrico dei punti per cui è costante la differenza $r_2 - r_1$ è un ramo d'iperbole che, in un sistema di riferimento con l'origine nel punto O della figura precedente e asse x coincidente con OA, si scrive nella forma canonica

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{ponendo poi} \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Il parametro a definisce un semiasse dell'iperbole e individua la posizione dei vertici sull'asse delle ascisse, cioè l'intersezione dell'iperbole con il segmento S_1S_2, mentre c dà l'ascissa della sorgente S_1. Nel nostro caso è allora

$$a = \frac{d}{2} - \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{4}(2N-1) \quad \text{e} \quad c = \frac{d}{2} = \frac{N\lambda}{2}$$

Ne segue che $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{2} - \frac{\lambda}{4}\right)^2} = \frac{\lambda}{4}\sqrt{4N-1}$ e l'equazione dell'iperbole diventa

$$\frac{16x^2}{(2N-1)^2\lambda^2} - \frac{16y^2}{(4N-1)\lambda^2} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{x^2}{(2N-1)^2} - \frac{y^2}{(4N-1)} = \frac{\lambda^2}{16}$$

Il valore di h si ottiene cercando l'intersezione di questa iperbole con la retta $x = d/2 + D = N\lambda/2 + D$. Sviluppando i calcoli si ottiene la soluzione esatta, ovvero la (4).

Quesito n. 4.

Con i valori indicati, risulta

$h = 42.2\,\mathrm{m}$. RIS $\Rightarrow$ $\boxed{40.4 \leq h \leq 42.3 \quad [\,\mathrm{m}\,]}$

Nota: Sostanzialmente le tre espressioni trovate differiscono per il peso che si attribuisce al termine λ/D (che è molto piccolo) come si può vedere scrivendole nella forma

$$h = D\frac{1}{\sqrt{N}}\sqrt{1 + N\frac{\lambda}{D}} \tag{2'}$$

$$h = D\frac{\sqrt{4N-1}}{2N-1}\left(1 + \frac{N\lambda}{2D}\right) \tag{3'}$$

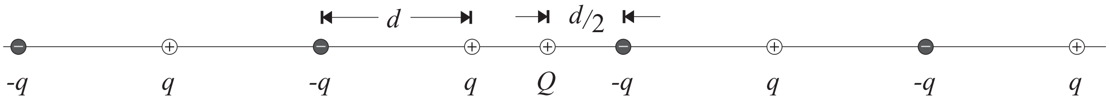
$$h = D\frac{\sqrt{4N-1}}{2N-1}\sqrt{1 + N\frac{\lambda}{D} + \frac{4N-1}{16}\left(\frac{\lambda}{D}\right)^2} \tag{4'}$$

È chiaro che la (2) e la (3) sono approssimazioni della (4). Si può fare un'ulteriore approssimazione della (2) o della (3), un po' più forte, che porta in entrambi i casi all'espressione $h \approx D/\sqrt{N} = 40.4\,\mathrm{m}$.

PROBLEMA n. 3 – Forza elettrica e forza magnetica

Parte A

La figura qui sotto schematizza la situazione descritta dal problema. Delle infinite cariche allineate, ne sono rappresentate solo otto. In centro è posta la carica $Q = +q$.



Quesito n. 1.

La risultante delle forze elettrostatiche sulla carica Q si ottiene sommando i contributi di ciascuna coppia di cariche, a partire da quella costituita dalle due cariche più vicine, che dà una forza di modulo

$$F_1 = 2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(d/2)^2} = \frac{2}{\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{d^2}$$

orientata verso destra. La coppia successiva fornisce un contributo di modulo

$$F_2 = 2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(3d/2)^2} = \frac{2}{\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(3d)^2}$$

verso sinistra, poi avremo una F_3 verso destra e così via. In definitiva, l'intensità della risultante è data dalla somma algebrica

$$F = F_1 - F_2 + F_3 - \ldots = \frac{2}{\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{d^2}\left[1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} + ...\right] = (2.876 \times 10^{-5}\,\mathrm{N})\left[1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} + ...\right]$$

La tabella seguente mostra i termini della serie entro la parentesi, insieme alle somme parziali dei vari termini:

Coppia	Contributo	Somma parziale
1	1	1
2	-0.1111	0.8889
3	$+0.0400$	0.9289
4	-0.0204	0.9085
5	$+0.0123$	0.9208
6	-0.0083	0.9126
7	$+0.0059$	0.9185
8	-0.0044	0.9140
...		...
∞		0.91596 ... [1]

Un valore approssimato della forza risultante è $F = 2.63 \times 10^{-5}\,\mathrm{N}$.

Nota – *L'errore che si commette troncando una serie convergente a segni alterni all'n-simo termine è inferiore al valore assoluto del termine di ordine $n + 1$.*

Quesito n. 2.

L'errore che si commette troncando la serie deve essere inferiore allo 0.5 %. Vediamo che l'ottava coppia fornisce un contributo relativo inferiore allo 0.5 %, quindi per una verifica sperimentale, sarà sufficiente considerare 7 coppie.

Parte B

La forza d'attrito dinamico $F = \mu mg$ è costante e sempre opposta al verso del moto e fa variare (linearmente nel tempo) il modulo della velocità; la forza di Lorentz, al contrario, è perpendicolare alla velocità e non ne cambia il modulo. Allora

$$v(t) = v_0 - at \quad \text{con} \quad a = F/m = \mu g$$

$$r(t) = \frac{mv(t)}{qB} = \frac{m(v_0 - \mu g t)}{qB} \quad \Rightarrow \quad \Delta r = -\frac{\mu m g\,\Delta t}{qB}$$

Materiale elaborato dal Gruppo

PROGETTO OLIMPIADI
Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica
e-mail: segreteria@olifis.it - Tel. 0732 1966045
WEB: www.olifis.it

[1] Curiosità: la somma della serie, cioè il limite della somma parziale n-sima per n che tende a infinito è nota come *Costante di Catalan*: $G = 0.915\,965\,594\,177\,219\,015\,054\,603\,514\,932\,384\,110\,774\ldots$; non è ancora noto se si tratti di un numero irrazionale o trascendente.