

RISPOSTE E RISULTATI

Materiali

Bobine e bussola. I due avvolgimenti sono una realizzazione approssimata delle bobine di Helmholtz, che sono bobine piatte coassiali poste a una distanza uguale al loro raggio medio, ma, come nelle bobine di Helmholtz, il campo magnetico nello spazio interno al sistema è con buona approssimazione uniforme. Difatti, anche se si sposta un po' la bussola dalla posizione centrale non vi sono variazioni significative nella deviazione α dell'ago per una data intensità di corrente. (Vedi anche nota sotto la tabella-quadro dei risultati)

Filo di nichelcromo. Il filo ha una resistenza per unità di lunghezza di $137 \pm 1 \Omega/m$. Le tabelle danno per il nichelcromo una resistenza specifica $\rho = 1,0 \cdot 10^{-6} \Omega m$; da questi due valori risulta che il diametro della sezione vale $\varnothing = 0,096 \text{ mm}$, pur essendo venduto come "filo da 0,10 mm". Essendo così sottile, è difficile farvi un buon contatto con i "coccodrilli" dei cavetti; è più comodo farlo passare attraverso un fermaglio da carta. Il fermaglio può fungere anche da contatto mobile, dato che scorre con relativa facilità, a meno che non siano presenti nodi nel filo.

Pila. Il grafico della tensione V fornita dalle pile Duracell usate, in funzione della corrente I erogata, risulta rettilineo per $I \leq 0,050 \text{ A}$; $V = f.e.m. - R_p \cdot I$ è l'equazione di una retta, con $f.e.m.$ e R_p costanti. R_p indica la resistenza interna della pila. Da un controllo su alcune delle pile usate risulta: $f.e.m. = 1,58 \pm 0,02 \text{ V}$; $R_p = 0,3 \pm 0,1 \Omega$. Per $I > 0,050 \text{ A}$ il grafico di V vs I presenta concavità verso l'alto.

Risposta alla domanda 1

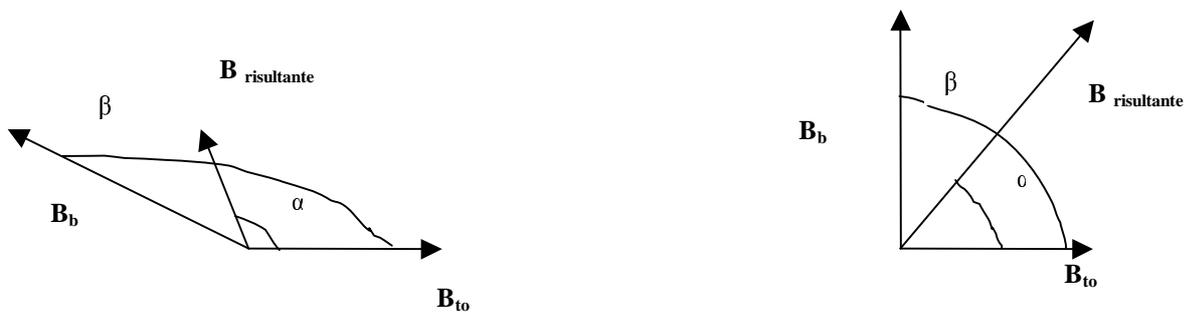


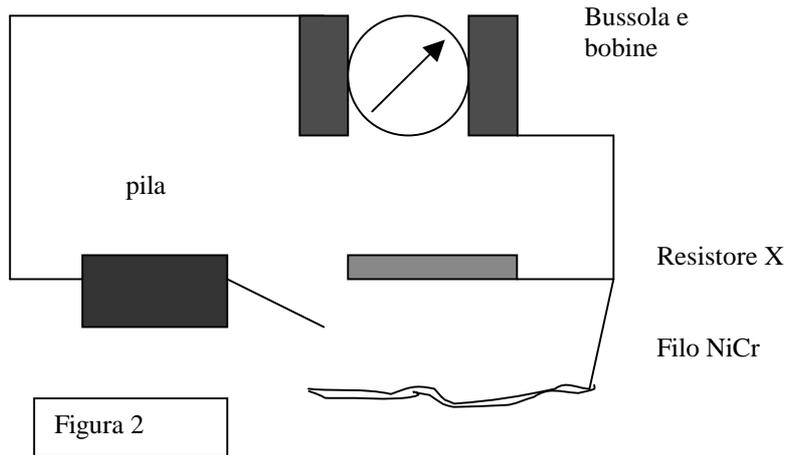
Figura 1

Procedimento. Per misurare R_x , la si confronta con la resistenza nota di un tratto opportuno di filo di nichelcromo, in base all'effetto sull'ago della bussola. Il confronto si può fare in due momenti successivi, (v. C1), oppure contemporaneamente (v. C2). Si può anche determinare R_x dal grafico o dalla tabella relativi alla domanda 2. (v.C3). L'ago magnetico della bussola sistemata tra le due bobine, segnala il passaggio di corrente, deviando dalla direzione del componente orizzontale del campo magnetico terrestre B_{to} comunque siano orientate le due bobine, a meno che il campo B_b di queste, che è diretto secondo l'asse delle bobine, non sia parallelo a B_{to} . Occorre quindi fare attenzione (v. domanda 1 c)), che, a circuito aperto, l'asse delle bobine non sia parallelo all'ago della bussola.

Se tra i due campi c'è un angolo β , $\tan \alpha = B_b \sin \beta / (B_{to} + B_b \cos \beta)$ dove α è l'ampiezza della deviazione dell'ago che si dispone lungo il campo $B_{risultante}$ (vedi figura 1).

In particolare, se $\beta = 90^\circ$, $\tan \alpha = B_b / B_{to}$. In questo caso, la sensibilità $\Delta \alpha / \Delta B_b = (1 / B_{to}) \cdot \Delta \alpha / \Delta (\tan \alpha)$ diminuisce al crescere di α , dato l'andamento di $\tan \alpha$ in funzione di α . I risultati riportati nelle due tabelle sono stati ottenuti con campi perpendicolari.

È comodo sistemare le bobine con l'asse perpendicolare a B_{to} , sia per ritrovare con facilità la posizione a circuito aperto se si ripete una prova, sia per avere deviazioni α di (circa) uguale ampiezza con la corrente in un verso o nell'altro; a parità di ampiezza di deviazione anche la sensibilità del sistema bussola-bobine è la stessa, e si possono fare semplici medie aritmetiche tra i valori trovati per R_x con correnti discordi.

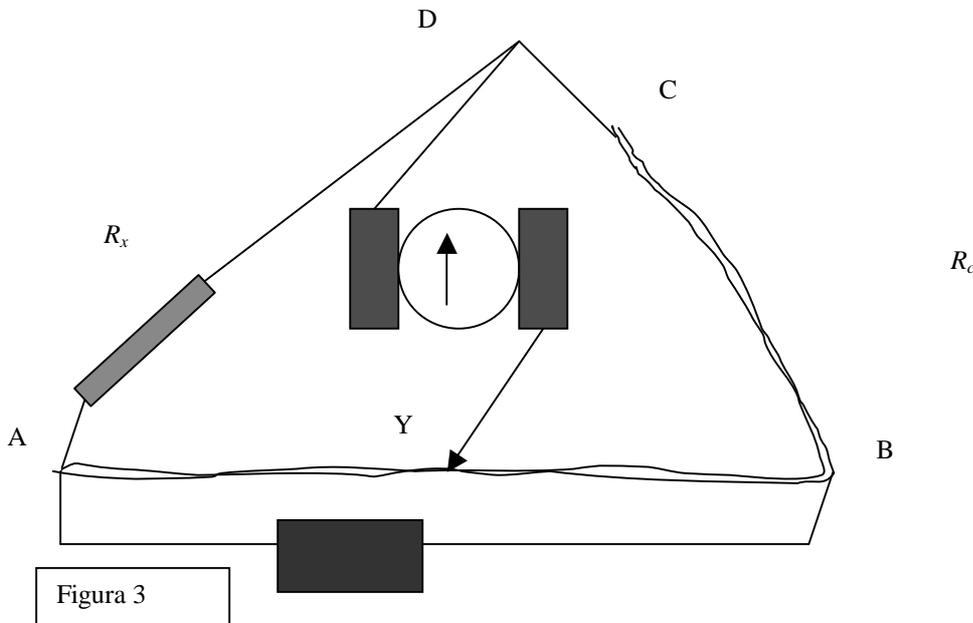


C1 - confronto in due momenti successivi (v. Figura 2). Si rileva la deviazione dell'ago della bussola inserendo X, quindi si inserisce al suo posto un tratto di filo e se ne regola la lunghezza in modo di produrre lo stessa deviazione dell'ago. È bene fare un secondo controllo invertendo il collegamento alla batteria. A deviazioni uguali, corrispondono campi magnetici uguali e correnti uguali; anche le resistenze sono uguali se la forza elettromotrice della pila si è mantenuta la stessa. Si può controllare la costanza della *f.e.m.* ripetendo il confronto. Con la pile usate la risposta è sempre stata di *f.e.m.* stabile.

Per tutti i tavoli: $R_x + R_T \approx 60 \Omega$, la deviazione $\alpha \approx 63^\circ$ se $\beta = 90^\circ$, $B_b \approx 2B_{10}$.

Per avere una maggiore sensibilità con una deviazione minore, p. es. di 40° , si inserisce nel circuito il solo filo di nichelcromo, regolandone la lunghezza con il contatto mobile fino ad ottenere la deviazione voluta. Si aggiunge in serie il resistore X, e si diminuisce la lunghezza del tratto di filo fino a che la deviazione ritorni al valore 40° . La diminuzione di lunghezza permette di ricavare il valore R_x . Però questo metodo non diminuisce in modo significativo lo scarto dei valori di R_x da quelli di riferimento.

C2 - confronto contemporaneo. Se si usa il metodo del ponte a filo, il filo di nichelcromo è lungo a sufficienza per realizzare sia il tratto AB più lungo possibile compatibilmente con le dimensioni dei due tavoli di lavoro accostati, e anche il tratto BC che funge da resistenza di confronto R_c .



Si sposta il contatto mobile Y fino a che la bussola-galvanometro segnala con grande sensibilità (range di $Y \leq 0,5$ cm) corrente nulla nel ramo DY; tra resistenze e lunghezze vale allora la relazione: $R_x/R_c = AY/YB$, da cui $R_x = R_c \cdot AY/YB$. Per avere la massima precisione con il ponte a filo, si segue di solito la seguente procedura: si sostituisce a R_c il valore trovato per R_x , e si controlla la nuova posizione Y di corrente nulla. Se ora $AY=YB$, la misura va bene, altrimenti si ripete la sostituzione ecc.

C3- Uso della relazione: $\tan \alpha$ vs R_n . (v. risposta alla domanda 2). Si può ricavare R_x dalle misure relative alla domanda 2), attraverso la formula, o il grafico, nota la deviazione α corrispondente all'inserimento del resistore X (da solo) nel circuito con bobine e batteria.

Dalla formula si ricava $R_x = k' / \tan \alpha - R_T$

I valori di R_x ricavati dai grafici a mano sono riportati nella tabella dei risultati, e presentano un'incertezza piuttosto grande ($\approx 10\%$).

Risposta alla domanda 2

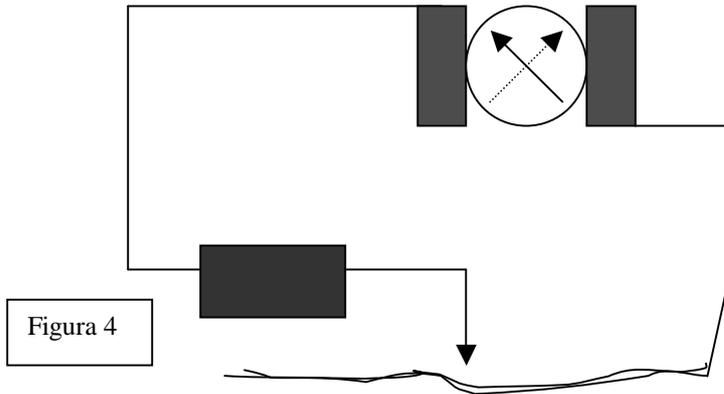


Figura 4

Procedimento, calcoli, formula. La richiesta è di determinare la relazione tra il campo B_b creato dalla corrente nelle bobine, e la resistenza R_n del tratto di filo di nichelcromo inserito.

Se B_b è perpendicolare a B_{t0} , c'è proporzionalità diretta tra B_b e $\tan \alpha$; difatti $B_b = B_{t0} \tan \alpha$. Per scrivere la formula richiesta basterà esprimere $\tan \alpha$ in funzione di R_n .

Il campo B_b , come tutti i campi magnetici creati da una corrente elettrica, è direttamente proporzionale alla corrente I nelle bobine che lo produce: $B_b = k I$.

Quindi, anche $\tan \alpha$ è direttamente proporzionale alla corrente I : $\tan \alpha = B_b / B_{t0}$, da cui $\tan \alpha = (k / B_{t0}) I$.

Dato che $I = f.e.m. / (R_n + R_T)$ allora $\tan \alpha = (k / B_{t0}) f.e.m. / (R_n + R_T)$.

Perché f.e.m. e la R_T siano costanti, è sufficiente inserire un tratto di filo che abbia una resistenza di almeno 10Ω , come dice il testo, e bastano poco più di 7 cm di filo.

Ponendo $k' = (k / B_{t0}) f.e.m.$ si ottiene:

$$\tan \alpha = k' / (R_n + R_T) \quad (1)$$

che esprime una proporzionalità inversa tra $\tan \alpha$ e $(R_n + R_T)$. Occorrerà determinare i valori delle costanti k' e R_T

Si può procedere in diversi modi, ma sempre determinando le deviazioni α per diversi valori di R_n . Poiché la bussola va inserita tra le bobine, in modo che il coperchio sporga lateralmente, la direzione di B_{t0} va fatta coincidere con le indicazioni 270° o 90° del quadrante. La deviazione α va calcolata dalla posizione γ assunta dall'ago sul quadrante $\alpha = |\gamma - 270^\circ|$, oppure $\alpha = |\gamma - 90^\circ|$. Tutte le misure di α vanno ripetute invertendo il collegamento alla batteria, per ridurre gli errori dovuti alla non perfetta ortogonalità tra B_b e B_{t0} . Si riducono gli errori di parallasse, leggendo la deviazione sia della punta che della coda dell'ago.

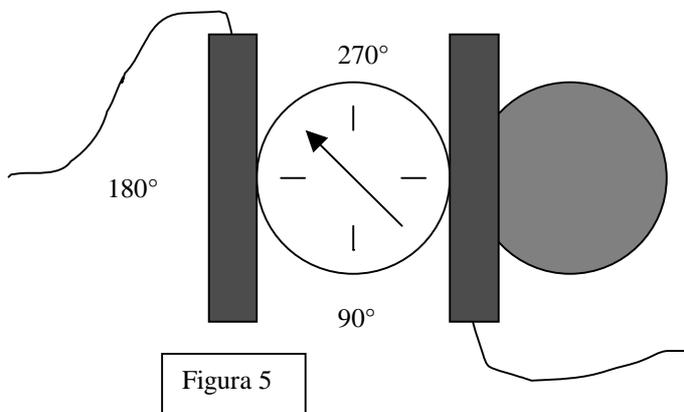


Figura 5

Tabella 1 - Esempio di Risultati

Lunghezza del tratto inserito di NiCr (m)	$R_T = 19 \pm 1 \Omega$		$R_T = 26 \pm 1 \Omega$		$R_T = 37 \pm 1 \Omega$	
	α_1 Punta coda	α_2 Punta coda (corrente invertita)	α_1 Punta coda	α_2 Punta coda (corrente invertita)	α_1 Punta coda	α_2 Punta coda (corrente invertita)
0,10	74° 76°	74° 76°	72° 72°	72° 74°	65° 66°	66° 68°
0,20	68° 72°	70° 70°	66° 66°	67° 70°	62° 64°	62° 65°
0,30	63° 65°	64° 65°	62° 62°	62° 64°	56° 58°	58° 58°
0,40	60° 60°	60° 60°	57° 58°	57° 60°	52° 54°	53° 53°
0,50	55° 56°	55° 56°	54° 54°	54° 56°	46° 50°	48° 48°
0,60	52° 52°	50° 52°	50° 50°	50° 52°	44° 46°	46° 46°
0,70	48° 48°	47° 48°	46° 46°	46° 50°	41° 44°	42° 42°
0,80	44° 46°	44° 44°	43° 43°	42° 46°	36° 42°	40° 38°
0,90	42° 44°	42° 44°	40° 40°	40° 42°	34° 38°	37° 37°
1,00	38° 40°	38° 38°	38° 37°	37° 40°	32° 35°	36° 36°

Dai dati della tabella si ricavano i valori medi delle deviazioni e si procede per arrivare alla formula richiesta. Ecco alcuni esempi di procedimenti

Procedimento A - Sistema di equazioni. Si determina $\tan \alpha$ in corrispondenza a due soli valori di R_n : R_n' , R_n'' . Si sostituiscono le due coppie di valori nella (1) e si risolve il sistema di due equazioni nelle due incognite R_T e k' .

$$R_T = (R_n \tan \alpha' - R_n'' \tan \alpha'') / (\tan \alpha'' - \tan \alpha') ; \quad k' = \tan \alpha' \cdot (R_n' + R_T)$$

Con questo procedimento che si affida a due sole coppie di valori, è alta la probabilità di ottenere un errore molto grande, sia per R_T che per k' . Gli scarti dai valori di riferimento risultano grandi soprattutto per R_T . (v. tabella riassuntiva, 5ª colonna)

Per diminuire l'incertezza, si misura $\tan \alpha$ per più di due valori di R_n e si segue il procedimento precedente per le diverse coppie di valori, facendo poi una media dei risultati.

Procedimento B - Linearizzazione. Data la proporzionalità inversa¹ tra $\tan \alpha$ e $(R_n + R_T)$, si trova una relazione che linearizzi la (1). Per esempio:

$$1 / \tan \alpha = (R_n + R_T) / k' \quad (2)$$

Si determina $\tan \alpha$ (o $\cotang \alpha$) per diversi valori di R_n . Si fa la regressione lineare ($x = R_n$, $y = 1 / \tan \alpha$) con la calcolatrice o con un grafico a mano, e dall'equazione della retta si determinano i valori di R_T e k' ; k' è il reciproco del coefficiente angolare della retta, R_T è l'opposto dell'intercetta della retta con l'asse x.

Un'altra relazione lineare che si può ricavare dalla (1) o dalla $R_n I = f.e.m. - R_T I$, è:

$$R_n \tan \alpha = k' - R_T \tan \alpha \quad (3)$$

(che traduce la dipendenza tra tensione applicata a R_n e la corrente nel circuito). Ora la regressione lineare è tra le variabili $x = \tan \alpha$, $y = R_n \tan \alpha$, e analogamente si ricavano R_T e k' . La distribuzione dei punti è meno regolare che con la (2) come mostrano sia il grafico a mano che il coefficiente di correlazione lineare (calcolatrice). L'incertezza di α si ripercuote su entrambe le variabili x e y.

Una volta ricavati i valori di R_T e di k' , si sostituisce a $\tan \alpha$ la sua espressione (1) nella $B = B_{10} \tan \alpha$, e si ottiene la formula richiesta

$$B_b = B_{10} \cdot k' / (R_n + R_T)$$

Le costanti numeriche k' e R_T hanno entrambe le dimensioni di una resistenza.

Il valore di k' non dipende da R_T , essendo $k' = f.e.m. \cdot (k / B_{10})$.

¹ Questa proporzionalità inversa si traduce in una proporzionalità diretta per la funzione cotangente, funzione che di solito non è calcolabile direttamente con le calcolatrici. Si può calcolare attraverso il reciproco della tangente.

Tabella 2 – Esempio di risultati

Domanda 1: R_x ?			Domanda 2: R_T ? k' ?			
Ohmetro R_x	Confronto metodo C1, metodo C3, da grafico a mano, o da formula	Ponte a filo (metodo C2)	Ohmetro R_T	Sistema di due equazioni	Linearizzazione Grafico a mano	Linearizzazione Minimi quadrati con calcolatrice
39 ± 1 Ω	Metodo C1 ($l = 0,28 \pm 0,01$ m) ($\alpha = 64^\circ$) $R_x = 38 \pm 2 \Omega$	$R_x = 39 \pm 1 \Omega$ ($l_c = 0,300$ m) $l_1 = 0,490$ m $l_2 = 0,510$ m)	$R_T = 19 \pm 1 \Omega$ $k' = (1,2 \pm 0,1) \cdot 10^2 \Omega$	$R_T = 14 \Omega$ $k' = 120 \Omega$	Formula (2) $R_T = 20 \pm 1 \Omega$ $k' = 125 \Omega$	Formula (2) $R_T = 20 \Omega$ $k' = 128 \Omega$
	($l = 0,30 \pm 0,01$ m) ($\alpha = 50^\circ$) $R_x = 41 \pm 1 \Omega$			$R_T = 25 \Omega$ $k' = 138 \Omega$	Formula (3) $R_T = 21 \pm 2 \Omega$ $k' = 131 \pm 4 \Omega$	Formula (3) $R_T = 20 \pm 1 \Omega$ $k' = 129 \Omega$
	Metodo C3 (grafico) ($\alpha = 64^\circ$) $R_x = 38 \pm 3 \Omega$					
33 ± 1 Ω	Metodo C1 ($l = 0,22 \pm 0,01$ m) ($\alpha = 62^\circ$) $R_x = 30 \pm 1 \Omega$	$R_x = 33 \pm 1 \Omega$ ($l_c = 0,250$ m) $l_1 = 0,490$ m $l_2 = 0,510$ m)	$R_T = 26 \pm 1 \Omega$ $k' = (1,2 \pm 0,1) \cdot 10^2 \Omega$	$R_T = 18 \Omega$ $k' = 121 \Omega$	Formula (2) $R_T = 27 \pm 1 \Omega$ $k' = 128 \Omega$	Formula (2) $R_T = 25 \Omega$ $k' = 128 \Omega$
	($l = 0,23 \pm 0,01$ m) ($\alpha = 45^\circ$) $R_x = 32 \pm 1 \Omega$			$R_T = 53 \Omega$ $k' = 129 \Omega$	Formula (3) $R_T = 29 \pm 3 \Omega$ $k' = 134 \pm 4 \Omega$	Formula (3) $R_T = 26 \pm 1 \Omega$ $k' = 127 \Omega$
	Metodo C3 (grafico) ($\alpha = 62^\circ$) $R_x = 34 \pm 3 \Omega$					
22 ± 1 Ω	Metodo C1 ($l = 0,17 \pm 0,01$ m) ($\alpha = 62^\circ$) $R_x = 23 \pm 1 \Omega$	$R_x = 21 \pm 1 \Omega$ ($l_c = 0,150$ m) $l_1 = 0,505$ m $l_2 = 0,495$ m)	$R_T = 37 \pm 1 \Omega$ $k' = (1,2 \pm 0,1) \cdot 10^2 \Omega$	$R_T = 46 \Omega$ $k' = 127 \Omega$	Formula (2) $R_T = 32 \pm 1 \Omega$ $k' = 118 \Omega$	Formula (2) $R_T = 36 \Omega$ $k' = 119 \Omega$
	($l = 0,155 \pm 0,015$ m) ($\alpha = 63^\circ$) $R_x = 21 \pm 2 \Omega$			$R_T = 32 \Omega$ $k' = 145 \Omega$	Formula (3) $R_T = 36 \pm 3 \Omega$ $k' = 119 \pm 4 \Omega$	Formula (3) $R_T = 36 \pm 1 \Omega$ $k' = 119 \Omega$
	($l = 0,17 \pm 0,01$ m) ($\alpha = 40^\circ$) $R_x = 23 \pm 1 \Omega$					Formula (2) $R_T = 37 \Omega$ $k' = 111 \Omega$
	($l = 0,18 \pm 0,03$ m) ($\alpha = 40^\circ$) $R_x = 23 \pm 4 \Omega$					
	Metodo C3 (grafico) ($\alpha = 62^\circ$) $R_x = 26 \pm 3 \Omega$					
	Metodo C3 (formula) ($\alpha = 63^\circ$) $R_x = 20 \Omega$					

Nota. La formula per il campo B delle bobine di *Helmholtz*, valida esattamente solo nel punto medio dell'asse tra le due bobine, è

$$B = \mu_0 (4/5)^{3/2} N I / r \quad (N = \text{numero di spire di ogni bobina}, I = \text{intensità di corrente}, r = \text{raggio delle bobine}).$$

Applicando questa formula alle bobine usate, dalla geometria e dal numero di spire, con $r = 4,25 \div 4,75$ cm, $N = 94 \pm 2$, risulta $B/I = (1,9 \pm 0,2) \cdot 10^{-3}$ T/A.

Dal valore $k' = (1,2 \pm 0,1) \cdot 10^2 \Omega$, con $f.e.m. = 1,58 \pm 0,02$ V e $B_{10} = (2,2 \pm 0,1) 10^{-5}$ T, si ricava il rapporto $B/I = k' B_{10} / f.e.m.$, e risulta $B/I = (1,7 \pm 0,3) \cdot 10^{-3}$ T/A.

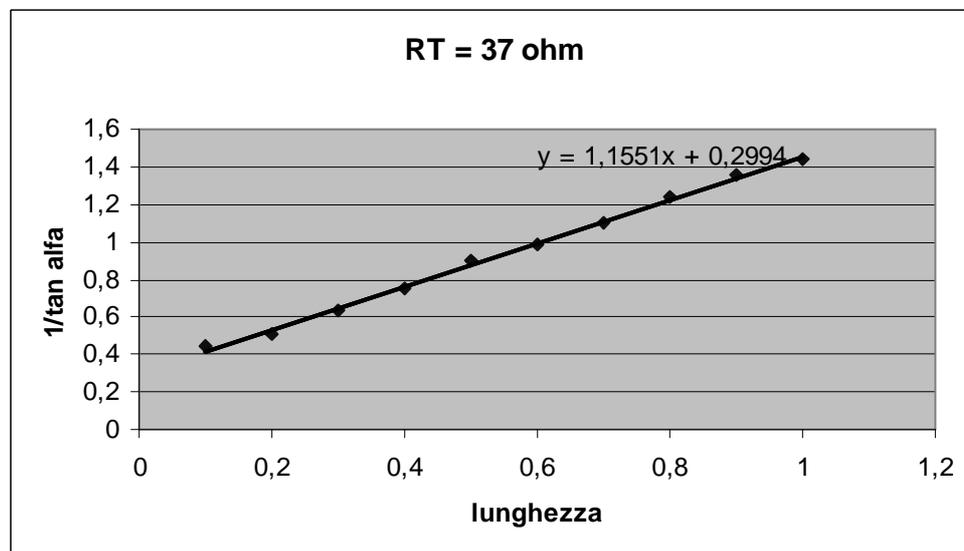
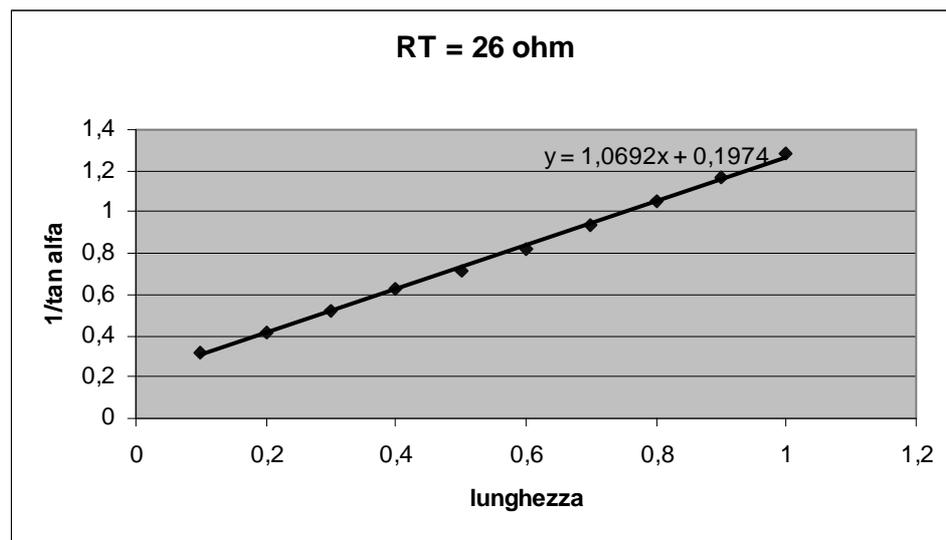
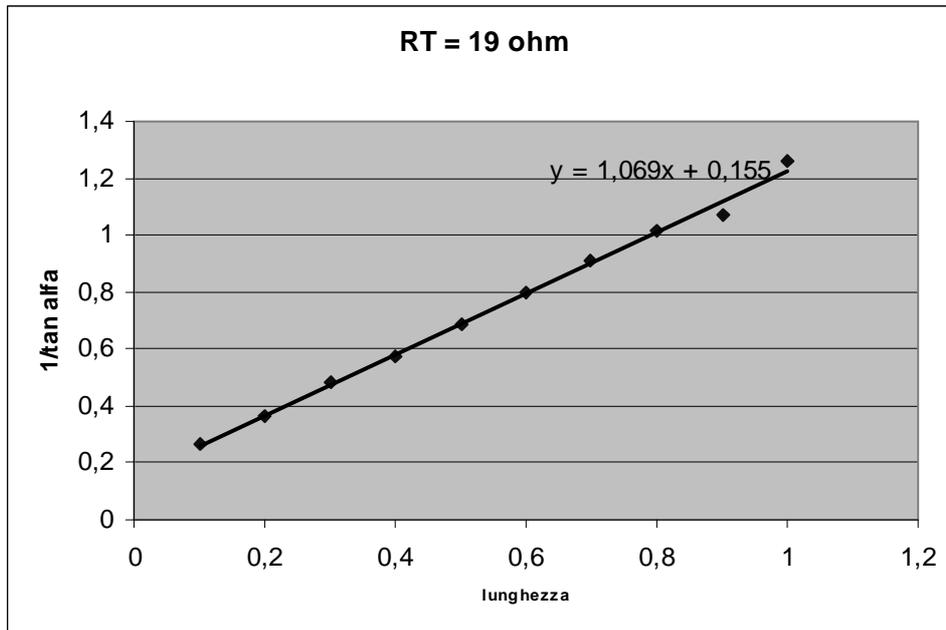
Tabella 3 - Misure con Ohmetro

Sigla ²	$R_x(\Omega)$	$R_T(\Omega)$		Sigla	$R_x(\Omega)$	$R_T(\Omega)$		Sigla	$R_x(\Omega)$	$R_T(\Omega)$
101	39,3±0,5	18,7±0,5		801	32,7±0,5	25,5±0,5		601	21,9±0,4	36,3±0,6
402	39,6±0,5	18,8±0,5		202	32,5±0,5	25,6±0,5		902	21,8±0,4	36,7±0,6
703	39,0±0,5	18,6±0,5		503	32,7±0,5	25,7±0,5		303	21,9±0,4	36,8±0,6
104	39,5±0,5	18,7±0,5		804	32,6±0,5	25,7±0,5		604	21,7±0,4	36,7±0,6
405	38,8±0,5	18,7±0,5		205	32,4±0,5	25,8±0,5		905	21,9±0,4	36,6±0,6
706	39,2±0,5	18,7±0,5		506	32,9±0,5	25,7±0,5		306	21,7±0,4	36,8±0,6
107	38,9±0,5	18,7±0,5		807	32,8±0,5	25,8±0,5		607	21,7±0,4	36,6±0,6
408	39,2±0,5	18,8±0,5		208	32,6±0,5	25,5±0,5		908	21,7±0,4	36,5±0,6
709	39,0±0,5	18,8±0,5		509	32,6±0,5	25,7±0,5		309	21,9±0,4	37,0±0,6
110	39,0±0,5	18,8±0,5		810	32,6±0,5	25,6±0,5		610	21,9±0,4	36,6±0,6
411	39,1±0,5	18,8±0,5		211	33,0±0,5	25,5±0,5		911	21,9±0,4	36,5±0,6
712	39,2±0,5	18,7±0,5		512	32,5±0,5	25,6±0,5		312	21,6±0,4	36,7±0,6
113	39,2±0,5	18,9±0,5		813	32,5±0,5	25,8±0,5		613	21,9±0,4	36,6±0,6
414	39,3±0,5	18,9±0,5		214	32,6±0,5	25,8±0,5		914	21,7±0,4	36,3±0,6
715	38,9±0,5	18,8±0,5		515	32,9±0,5	25,7±0,5		315	22,0±0,4	36,6±0,6
116	39,3±0,5	18,9±0,5		816	32,7±0,5	25,5±0,5		616	21,9±0,4	36,6±0,6
417	39,1±0,5	18,8±0,5		217	32,7±0,5	25,8±0,5		917	21,9±0,4	36,5±0,6
718	39,5±0,5	18,9±0,5		518	33,0±0,5	25,8±0,5		318	21,7±0,4	37,0±0,6
119	39,0±0,5	18,8±0,5		819	32,7±0,5	25,5±0,5		619	21,7±0,4	36,6±0,6
420	39,0±0,5	18,8±0,5		220	32,6±0,5	25,5±0,5		920	21,8±0,4	36,7±0,6

Per le resistenze R_T è stata sommata alla resistenza della serie delle bobine e della resistenza addizionale letta all'ohmetro, la resistenza interna della pila pari a $0,3 \pm 0,1 \Omega$.

² Per la coppia di resistenze 39 Ω e 19 Ω , la prima cifra della sigla dà resto 1 se è divisa per 3
 Per la coppia di resistenze 33 Ω e 26 Ω , la prima cifra della sigla dà resto 2 se è divisa per 3
 Per la coppia di resistenze 22 Ω e 37 Ω , la prima cifra della sigla dà resto 0 se è divisa per 3

Linearizzazione con Excel attraverso la (2). $1/\tan(\alpha)$ vs lunghezza del filo di nichelcromo.
Dall'equazione della linea di tendenza $y=mx+q$: $R_T=137 \cdot q/m$, $k' = 137/m$.



Linearizzazione con Excel attraverso la (3). Lunghezza del filo·tang (alfa) vs tang (alfa)
Dall'equazione della linea di tendenza $y=mx+q$: $R_T = -137 \cdot m$, $k' = q \cdot 137$.

