

ALCUNE COSTANTI FISICHE (*)

COSTANTE	SIMBOLO	VALORE	UNITÀ
Velocità della luce nel vuoto	c	3.00×10^8	m s^{-1}
Carica elementare	e	1.602×10^{-19}	C
Massa dell'elettrone	m_e	9.11×10^{-31} $= 5.11 \times 10^{-2}$	kg $\text{keV } c^{-2}$
Costante dielettrica del vuoto	ε_0	8.85×10^{-12}	F m^{-1}
Permeabilità magnetica del vuoto	μ_0	1.257×10^{-6}	H m^{-1}
Massa del protone	m_p	1.673×10^{-27} $= 9.38 \times 10^2$	kg $\text{MeV } c^{-2}$
Costante di Planck	h	6.63×10^{-34}	J s
Costante universale dei gas	R	8.31	$\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$
Numero di Avogadro	N	6.02×10^{23}	mol^{-1}
Costante di Boltzmann	k	1.381×10^{-23}	J K^{-1}
Costante di Faraday	F	9.65×10^4	C mol^{-1}
Costante di Stefan-Boltzmann	σ	5.67×10^{-8}	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$
Costante gravitazionale	G	6.67×10^{-11}	$\text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$
Pressione atmosferica standard	p_0	1.013×10^5	Pa
Temperatura standard (0°C)	T_0	273.15	K
Volume molare di un gas perfetto in condizioni standard (p_0, T_0)	V_m	2.24×10^{-2}	$\text{m}^3 \text{mol}^{-1}$
Unità di massa atomica	u	1.661×10^{-27}	kg

ALTRI DATI CHE POSSONO ESSERE NECESSARI (*)

Accelerazione media di gravità	g	9.81	m s^{-2}
Densità dell'acqua	d_a	1.00×10^3	kg m^{-3}
Calore specifico dell'acqua	c_a	4.19×10^3	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
Calore di fusione dell'acqua	λ_f	3.34×10^5	J kg^{-1}
Calore di vaporizzazione dell'acqua (a 100°C)	λ_v	2.26×10^6	J kg^{-1}
Calore specifico del ghiaccio (a 0°C)	c_g	2.11×10^3	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$

(*) Valori arrotondati, con errore relativo minore di 10^{-3}

LEGGI CON ATTENZIONE!

Insieme ai testi, per ogni problema ti è stato consegnato un **Foglio Riassuntivo** sul quale dovrai riportare in modo sintetico le risposte ad ogni domanda; i valori numerici devono essere scritti con il corretto numero di cifre, in relazione ai dati forniti e – se necessario – con indicazione dell'unità di misura.

Sui fogli a quadretti (un foglio diverso per ogni problema) devono essere riportate le soluzioni dettagliate, cercando di limitare il testo scritto e di privilegiare invece equazioni, simboli, numeri e diagrammi.

È assolutamente necessario ricordarsi di scrivere il proprio **Codice Studente** (riportato sulla busta piccola colorata) su ogni foglio a quadretti, come pure sui **Fogli Riassuntivi** e di **NON** scrivere il proprio nome.

Su ogni facciata dei fogli a quadretti con la soluzione di un problema va scritto il numero del problema, il numero di pagina e il numero totale di pagine utilizzate per quel problema.

Materiale elaborato dal Gruppo



PROGETTO OLIMPIADI
Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica

e-mail: segreteria@olifis.it - Tel. 0732 1966045

WEB: www.olifis.it

NOTA BENE

È possibile utilizzare, riprodurre, distribuire, comunicare al pubblico questo materiale alle due seguenti condizioni: citare la fonte; non usare il materiale, nemmeno parzialmente, per fini commerciali.

P1

Un “velo” viscoso

Punti 100

La viscosità è una proprietà che quantifica la resistenza dei fluidi allo scorrimento relativo di uno strato di fluido sull'altro. Il coefficiente di viscosità dinamico μ (nel seguito semplicemente “viscosità”) è definito considerando la forza che occorre applicare ad uno strato di fluido per farlo scorrere ad una velocità diversa rispetto ad un altro strato, adiacente al primo, posto ad una distanza Δx , ovvero

$$\mu = \frac{F \Delta x}{S \Delta v} \quad \text{dove } F \text{ è la forza applicata, } \Delta v \text{ la differenza di velocità tra i due strati e } S \text{ la porzione}$$

considerata di superficie di contatto tra i due strati.

Per un'ampia classe di liquidi, la viscosità è indipendente sia dal rapporto F/S (chiamato *sforzo di taglio*) sia dal rapporto $\Delta v/\Delta x$ (*gradiente di velocità*): questi liquidi vengono chiamati *liquidi newtoniani*. In questi, la viscosità diminuisce all'aumentare della temperatura secondo la relazione di Arrhenius

$$\mu = \mu_0 e^{E/(RT)}$$

dove μ_0 è una costante legata al peso molecolare e al volume molare del liquido, E è una costante caratteristica del liquido chiamata *energia di attivazione* ed è riferita a una mole, R la costante dei gas e T la temperatura assoluta.

I dati in tabella a destra riportano l'andamento della viscosità del mercurio in funzione della temperatura.

Temperatura t (°C)	Viscosità μ (10^{-3} Pa s)
0	1.681
10	1.621
20	1.552
30	1.499
40	1.450
50	1.407
60	1.367
70	1.327
100	1.232

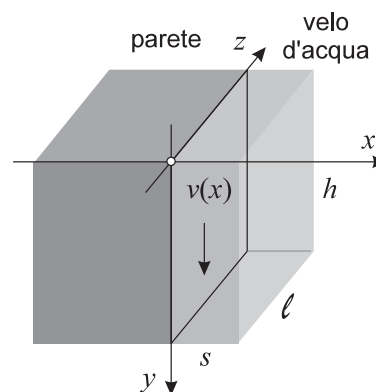
1. Si vogliono determinare i valori delle costanti μ_0 ed E per il mercurio. A tale scopo, sul foglio di carta millimetrata, si tracci un grafico utilizzando i dati riportati nella tabella, dopo aver scelto nel modo più opportuno le grandezze da riportare sui due assi. Da tale grafico si ricavano i valori richiesti.

Si vuole studiare la velocità di un liquido newtoniano, di densità ρ , che sotto l'azione della forza di gravità scorre su una parete verticale, formando un cosiddetto *velo d'acqua* di piccolo spessore s . La natura del fluido è irrilevante. A tal fine si consideri una certa quantità di questo fluido, di altezza h e larghezza ℓ (come mostrato in figura) molto minori dell'altezza e della larghezza della parete. Si supponga che la porzione considerata sia sufficientemente lontana dai bordi della parete.

In condizioni di regime, il flusso è stazionario⁽¹⁾ e, se lo spessore s è piccolo, anche laminare⁽²⁾. Di conseguenza, il vettore velocità è in ogni punto del velo d'acqua sempre parallelo all'asse y .

Per uniformità, la velocità del fluido non dipende dalla coordinata z . Inoltre, essendo la porzione di liquido considerata lontana dal bordo superiore della parete, la velocità risulta indipendente anche da y . Ovviamente, però, la velocità dipende dalla distanza dalla parete: $v = v(x)$. A causa delle forze di adesione tra liquido e parete, si può assumere che la velocità dell'acqua a contatto con la parete sia nulla: $v(0) = 0$.

Si consideri un piano σ parallelo alla parete, a distanza x da essa, con $0 < x < s$.



2. Si ricavi la forza peso agente sulla porzione del *velo d'acqua* compresa tra x e s .
3. Si ricavi la forza d'attrito viscoso agente lungo il piano σ sulla porzione del *velo d'acqua* compresa tra x e s .
4. Dalla considerazione che ci si trova in condizione di regime, si determini la dipendenza del modulo della velocità v dalla distanza x dalla parete.

La portata è la quantità di fluido che attraversa una sezione di area A nell'unità di tempo. Se riferita al volume viene detta *portata volumetrica*.

5. Si ricavi la portata volumetrica del velo d'acqua, relativamente alla porzione considerata.

⁽¹⁾ Un flusso è stazionario quando la velocità del fluido pur potendo variare da punto a punto, rimane costante nel tempo in ciascun punto.

⁽²⁾ Il flusso è laminare quando il moto del fluido avviene con scorrimento per strati infinitesimi senza alcun tipo di rimescolamento di fluido, neanche su scala microscopica.

P2

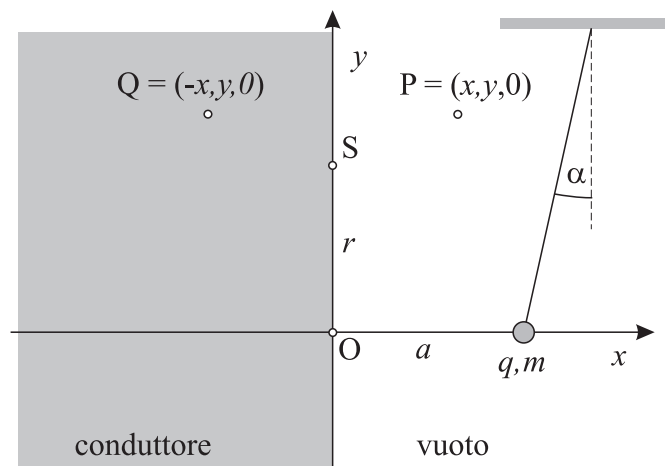
L'attrazione dell'induzione elettrostatica

Punti 100

Una sferetta di massa m possiede una carica q ed è appesa ad un lungo filo. Se si dispone la sferetta vicino ad una lastra conduttrice scarica, si osserva che la sferetta viene attratta dalla lastra; questo accade perché, per induzione, sulla superficie della lastra si forma una distribuzione di cariche di segno opposto a q . Si supponga che, all'equilibrio, la sferetta si trovi ad una distanza a dalla lastra e che il filo formi un angolo α con la verticale.

Rispetto alla distanza a tra carica e lastra le dimensioni della sferetta sono molto piccole cosicché la carica q può essere sempre considerata **puntiforme**; inoltre le dimensioni della lastra, molto maggiori di a , possono essere considerate **infinite**. Si può quindi considerare un piano (di equazione $x = 0$) come superficie di separazione tra un mezzo conduttore nel semispazio $x < 0$ e il vuoto nel semispazio $x > 0$, entro cui si trova la sferetta. Nella figura è indicato anche il sistema di coordinate consigliato, in modo che la sferetta si trovi sull'asse x , quindi nel punto di coordinate $(a, 0, 0)$, che l'asse y sia verticale e orientato verso l'alto e l'asse z perpendicolare al piano della figura ed uscente.

Relativamente alla distribuzione delle cariche indotte, sarà sufficiente studiare la situazione lungo l'asse $y > 0$. Infatti, per simmetria, la densità di carica, σ , dipenderà solo dalla distanza r del punto considerato dall'origine ($r^2 = y^2 + z^2$).



1. Per determinare il campo elettrostatico in un generico punto $P = (x, y, 0)$ nel semispazio vuoto $x > 0$ si consideri inizialmente il punto $Q = (-x, y, 0)$ all'interno del materiale conduttore e simmetrico di P rispetto al piano di separazione tra i due mezzi. Si scrivano il vettore campo e.s. $\vec{E}(Q)$ prodotto da tutte le cariche presenti e il vettore $\vec{E}_1(Q)$ **prodotto dalle sole cariche indotte** che si formano sulla superficie della lastra (piano $x = 0$).

Qui – e nel seguito – si esprimano i vettori usando la notazione coi versori o per componenti.

2. Si scriva adesso il campo e.s. \vec{E}_1 (prodotto dalle sole cariche indotte presenti sulla superficie della lastra) nel punto P nel semispazio $x > 0$, mostrando che, limitatamente a questo semispazio, il campo \vec{E}_1 è identico a quello generato da una singola carica puntiforme q' di cui si chiede il valore e la posizione.
3. A titolo d'esempio, si scriva il campo e.s. (totale) \vec{E} , nel punto $A = (a, a, 0)$.
4. Si scriva il campo e.s. (totale) \vec{E} , in prossimità del punto $S = (0, r, 0)$ nel semispazio vuoto, cioè in un punto vicinissimo alla superficie della lastra, a distanza r dall'origine O ; in altri termini, il limite dell'espressione del campo per $x \rightarrow 0^+$, $y = r$, $z = 0$.
5. Si calcoli la densità di carica indotta $\sigma(r)$ nel punto S e si dica quanto vale nel punto della superficie della lastra dove il suo modulo è massimo.
6. Si calcoli il valore della carica q in funzione di m , a ed α .
7. Si calcoli la quantità totale di carica indotta sul piano conduttore.

P3

Pressione di radiazione con moto elicoidale

Punti 100

In questo problema si studiano, in modo molto semplificato, gli effetti meccanici dell'interazione fra radiazione e materia.

Una sferetta microscopica omogenea di raggio $r = 50.0 \mu\text{m}$ e massa $m = 4.68 \times 10^{-6} \text{g}$ è costituita di un materiale perfettamente assorbente (corpo nero) e con un'alta conducibilità termica. Essa ha la stessa temperatura dell'ambiente circostante, pari a $T_0 = 20.0^\circ\text{C}$, e la sua capacità termica è $C = 1.8 \times 10^{-6} \text{J/K}$. La sferetta è circondata dal vuoto, è libera di muoversi ma all'istante iniziale si trova in quiete istantanea nel sistema di riferimento del laboratorio, cioè ha velocità e velocità angolare nulle. A partire dall'istante iniziale essa è illuminata da un fascio di radiazione proveniente da un laser a CO_2 , collimato (cioè parallelo e di intensità uniforme) e di sezione circolare di diametro $d = 1.0 \text{mm}$, in modo da investire tutta la sferetta. Il fascio di radiazione è rivolto verticalmente dal basso verso l'alto e quindi la pressione di radiazione esercita sulla sferetta una forza che si oppone al suo peso. La radiazione emessa ha potenza costante (a partire dall'istante iniziale) $P = 8.0 \text{kW}$ ed ha lunghezza d'onda $\lambda = 10.59 \mu\text{m}$. Assorbendo la radiazione la sferetta subisce una spinta verso l'alto e per effetto del suo peso e di questa spinta essa inizia a muoversi in verticale.

Si trovi:

1. la potenza irradiata dalla sferetta verso l'ambiente e quella proveniente dall'ambiente assorbita dalla sferetta prima dell'inizio dell'irraggiamento;
2. la potenza assorbita dalla sferetta da parte del fascio laser⁽¹⁾; si calcoli il rapporto fra questa potenza e quella irradiata, immediatamente dopo l'inizio dell'irraggiamento;
3. dopo quanto tempo, t_{100} , la sferetta raggiunge la temperatura di 100.0°C ; si tenga presente che l'energia associata al moto della sferetta è completamente trascurabile rispetto a quella assorbita dal fascio;
4. l'accelerazione della sferetta lungo la direzione verticale dopo l'inizio dell'irraggiamento, specificando se essa è rivolta verso l'alto o verso il basso.

La radiazione inoltre è completamente polarizzata circolarmente in verso destrorso, il che significa che il momento angolare di tutti i fotoni (detto "di spin", il cui modulo è $h/(2\pi)$, dove h è la costante di Planck) è rivolto nella stessa direzione e nello stesso verso della loro velocità. Assorbendo i fotoni la sferetta acquista un momento angolare pari alla somma dei momenti angolari di spin dei fotoni assorbiti. Poiché questi sono tutti allineati, tale momento angolare non è nullo e la sfera inizia quindi a ruotare: pertanto i suoi punti (esclusi quelli sull'asse) descrivono traiettorie elicoidali.

5. Si trovi l'accelerazione angolare della sferetta dopo l'inizio dell'irraggiamento.
6. Si dimostri che l'elica descritta da ogni punto della sferetta (esclusi quelli sull'asse) è a passo costante e se ne determini il passo.
7. Si calcolino la velocità e la velocità angolare della sferetta al tempo t_{100} .

Suggerimento: Può essere utile ricordare che il momento di inerzia di una sfera omogenea rispetto ad un asse passante per il centro è $I = (2/5)mr^2$, dove m e r sono rispettivamente la massa e il raggio della sfera.

⁽¹⁾ Nel fare questo calcolo si ignorino gli effetti legati alla diffrazione.