

Soluzione

PARTE 1. Voltaggio e flusso di energia radiante

(60 punti)

Quesito n. 1.a – Esempio di misurazione. (v. figura 1a).

Nella tabella seguente si riportano sinteticamente nomi e unità di misura di alcune grandezze “radiometriche” e “fotometriche” corrispondenti.

La conoscenza di queste grandezze **non** costituiva un prerequisito per la prova sperimentale.

Grandezze radiometriche	Grandezze fotometriche
Flusso radiante (watt)	Flusso luminoso (lumen = candela · steradiante)
Intensità radiante (watt/steradiante)	Intensità luminosa (candela)
Irradianza (*) (watt/metro quadro)	Illuminanza (*) (lux = lumen / metro quadro)

(*) Nel linguaggio comune i termini corrispondenti sono: “irradiazione” e “illuminamento”.

PARTE 1. Voltaggio e flusso di energia radiante

Una sorgente di luce puntiforme (isotropa) emette energia radiante in tutte le direzioni con la stessa intensità, cioè in ogni angolo solido unitario, con il vertice nella sorgente, viene inviata nell’unità di tempo, la stessa quantità di energia.

Il “flusso radiante” su una superficie S è la quantità di energia della radiazione in arrivo su S nell’unità di tempo. Il suo valore dipende dall’orientamento di S rispetto alla direzione di propagazione dell’energia.

Il LED giallo sorgente emette un fascio di luce conico con un’apertura di circa 20° . Ad un “illuminamento” uniforme del cartone osservato nella sezione centrale del fascio, corrisponde un “irradiazione” uniforme, cioè il flusso di energia incidente per unità di superficie ha lo stesso valore in ogni punto dell’area considerata.

Il flusso radiante intercettato da una superficie di area costante e di piccole dimensioni rispetto alle distanze, come la sezione della lente, con orientamento costante rispetto all’asse del cono, dipende dalla distanza tra sensore e sorgente secondo la legge “dell’inverso del quadrato”. Questa legge è caratteristica della propagazione dell’energia radiante o della luce nell’aria, in questo caso l’energia che viaggia nel cono centrale si distribuisce su sezioni la cui area cresce proporzionalmente al quadrato della distanza dal vertice del cono.

Quesito n. 1.1.

Stabilita la posizione del LED sorgente, si pone il LED sensore ad una distanza maggiore o uguale alla decina di centimetri, in cui si è visto “a occhio” che la propagazione dell’energia radiante segue la legge dell’inverso del quadrato. Dallo studio della dipendenza del voltaggio dall’inverso del quadrato della distanza, si può mettere il voltaggio in relazione con il flusso radiante corrispondente.

Dopo aver controllato l’allineamento dei due assi delle lenti, si sposta un LED rispetto all’altro, che viene lasciato al suo posto.

È meglio spostare la sorgente lasciando fermo il sensore, anziché il contrario. Così l’illuminamento dovuto alla luce dell’ambiente sul sensore rimane costante durante le misurazioni. Il voltaggio “di fondo”, misurato a LED sorgente spento, va sottratto alle letture a LED acceso.

È necessaria la massima cura nel non mutare l’orientamento del LED che si sposta rispetto a quello fermo. La coincidenza degli assi delle due lenti va controllata con la riga o con il foglio bianco fissato al cartone. Una piccola deviazione dà luogo a differenze significative nel voltaggio. Si può procedere così: per ogni posizione del LED spostato se ne cambia di pochissimo a mano l’orientamento in orizzontale e in verticale, e si riporta in tabella il valore massimo rilevato per il voltaggio.

Nella Tabella 1 sono riportate alcune misure ottenute da cinque serie di misurazioni con la stessa coppia di LED.

Legenda:

d : distanza tra le due giunzioni

V : voltaggio medio derivante da 5 serie di misurazioni;

i valori della semidispersione massima tra l'una e l'altra sono riportati nell'ultima colonna. I valori V riportati corrispondono alle letture a cui si è sottratto il voltaggio di fondo V_f .

Con un buono schermaggio V_f vale qualche mV e si mantiene costante durante le misurazioni se il sensore è lasciato nella stessa posizione.

Tabella 1

Distanza tra le due giunzioni [m]	d^{-2} [m^{-2}]	V [V]	Semi-dispersione massima [V]
0.180 ± 0.002	30.9 ± 0.7	0.643 ± 0.005	0.014
0.200 ± 0.002	25.0 ± 0.5	0.524 ± 0.005	0.015
0.220 ± 0.002	20.7 ± 0.4	0.441 ± 0.004	0.005
0.240 ± 0.002	17.4 ± 0.3	0.382 ± 0.004	0.011
0.260 ± 0.002	14.8 ± 0.2	0.327 ± 0.004	0.007
0.280 ± 0.002	12.8 ± 0.2	0.285 ± 0.003	0.005
0.300 ± 0.002	11.1 ± 0.1	0.253 ± 0.003	0.005
0.320 ± 0.002	9.77 ± 0.1	0.226 ± 0.003	0.006
0.340 ± 0.002	8.65 ± 0.1	0.199 ± 0.003	0.003
0.360 ± 0.002	7.71 ± 0.09	0.178 ± 0.003	0.005
0.380 ± 0.002	6.93 ± 0.07	0.160 ± 0.003	0.005
0.400 ± 0.002	6.25 ± 0.06	0.144 ± 0.003	0.003

Esempio di calcolo delle incertezze delle misure nella prima riga.

- Incertezza di d^{-2} : $(0.002/0.180) \cdot 2 \cdot 30.9 = 0.687 \text{ m}^{-2}$
- Incertezza strumentale del voltmetro: $0.5\% \text{ lettura} + 0.001 \text{ V}$

Nella tabella è riportata l'incertezza strumentale della lettura sommata a quella del fondo V_f , con $V_f = 0.005 \text{ V}$. La somma risulta confrontabile con la semidispersione massima dei quattro valori ottenuti per il voltaggio.

Incetenza di V : $(0.005 \cdot 0.648 + 0.001) + (0.005 \cdot 0.005 + 0.001) = 0.005 \text{ V}$

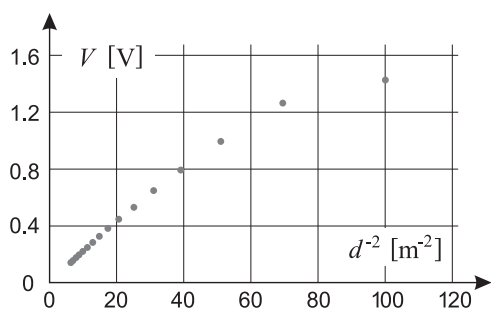


Fig. S-1a

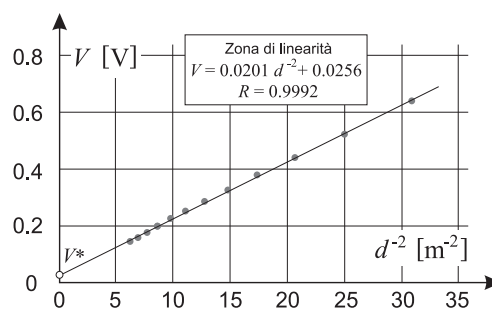


Fig. S-1b

Quesito n. 1.2.

Si valuta “a occhio” il tratto di grafico di V in funzione di d^{-2} , che si può considerare rettilineo. Nell'esempio (v. figura 1a) il tratto è compreso tra i punti di ascisse: $d_1^{-2} = 6.25 \text{ m}^{-2}$ e $d_2^{-2} = 30.9 \text{ m}^{-2}$ corrispondenti alle distanze $d_1 = 0.40 \text{ m}$ e $d_2 = 0.18 \text{ m}$.

Per i vari LED esaminati gli intervalli di ampiezza maggiore o uguale a 10 cm , in cui si osserva la dipendenza lineare di V da d^{-2} , corrispondono a distanze comprese tra 14 e 40 cm .

Il valore V^* dell'intercetta servirà per la rispondere alle domande 2.3 e 2.4. Nell'esempio $V^* = 0.026 \text{ V}$.

Il valore di V^* varia da LED a LED. Dai grafici ottenuti con altri LED si ottengono per V^* valori compresi tra 0.02 V e 0.07 V.

Dalle relazioni $V - V^* = kd^{-2}$, $\Phi = k'd^{-2}$ risulta $V - V^* = \frac{k}{k'} \Phi \Rightarrow V = V^* + \frac{k}{k'} \Phi$.

Vi è cioè una dipendenza lineare tra voltaggio V e flusso radiante Φ nell'intervallo di distanze considerato.

Dai dati e dal primo grafico appare chiaro che in generale la relazione tra voltaggio e flusso radiante non è di tipo lineare, perché porterebbe alla conclusione assurda che a distanza infinita, dove è nullo il flusso radiante, il voltaggio assuma un valore finito V^* diverso da zero.

PARTE 2. Flusso di energia attraverso il vetro

L'obiettivo delle misure è quello di studiare come una serie di vetrini trasparenti influisce sul flusso radiante che li attraversa.

Quesito n. 2.1.

Tra sorgente e sensore la distanza deve essere compresa nell'intervallo trovato al punto 1, per poter rispondere alle domande 2.3 e 2.4.

Esempio (v. tabella 2)

Posizione della sorgente:	0.0 cm (serie 1)	0.0 cm (serie 2)
Posizione della “prima” faccia del “primo vetrino”:	16.0 cm (serie 1)	15.0 cm (serie 2)
Posizione del sensore:	18.0 cm (serie 1)	30.0 cm (serie 2)

Come si può controllare sperimentalmente, oltre che teoricamente, la posizione dei vetrini lungo l'asse del fascio luminoso conico, in zona di flusso uniforme su sezioni trasversali del cono, non influisce sulla risposta del sensore.

Quesito n. 2.2.

Tabella 2

	Serie 1			Serie 2		
Numero di vetrini N	V_{mis} (Media su 3 prove) [V]	V_{calc} ($V^* = 0.0256$ V) [V]	$V_{\text{mis}} - V_{\text{calc}}$ [V]	V_{mis} [V]	V_{calc} ($V^* = 0.067$ V) [V]	$V_{\text{mis}} - V_{\text{calc}}$ [V]
0	0.643 ± 0.002	0.643 ± 0.002	0.000 ± 0.004	0.438	0.438	0.000
1	0.591 ± 0.005	0.594 ± 0.004	-0.003 ± 0.009	0.410	0.409	+0.001
2	0.542 ± 0.005	0.550 ± 0.004	-0.008 ± 0.009	0.379	0.382	-0.003
3	0.495 ± 0.003	0.509 ± 0.002	-0.014 ± 0.005	0.351	0.357	-0.006
4	0.461 ± 0.002	0.471 ± 0.001	-0.010 ± 0.003	0.325	0.335	-0.010
5	0.434 ± 0.005	0.436 ± 0.003	-0.002 ± 0.008	0.304	0.314	-0.010
5	0.403 ± 0.005	0.404 ± 0.002	-0.001 ± 0.007	0.285	0.294	-0.009
7	0.380 ± 0.004	0.374 ± 0.003	+0.006 ± 0.007	0.264	0.276	-0.012
8	0.358 ± 0.006	0.347 ± 0.003	+0.011 ± 0.009	0.254	0.260	-0.006
9	0.331 ± 0.007	0.322 ± 0.003	+0.009 ± 0.010	0.240	0.245	-0.005
10	0.310 ± 0.004	0.298 ± 0.002	+0.012 ± 0.006	0.223	0.231	-0.008

Quesito n. 2.3.

Indichiamo con Φ_0 il flusso radiante incidente sulla faccia del primo vetrino, proveniente dall'aria. Il flusso uscente da questo vetrino sarà $\Phi_1 = 0.96 \cdot 0.96 \Phi_0$. Questo flusso attraversa poi il secondo vetrino. I vetrini non formano un blocco unico, c'è un'intercapedine minima di aria tra l'uno e l'altro, dato che si possono separare senza difficoltà l'uno dall'altro.

Il flusso uscente da N vetrini è: $\Phi_N = 0.96^{2N} \Phi_0$, ed anche il flusso che arriva al sensore sarà ridotto nella stessa misura.

La posizione dei vetrini, al di là della distanza minima trovata in 1.1, non influenza le misure.

Dividendo membro a membro le due formule

$$V_N - V^* = \frac{k}{k'} \Phi_N; \quad V_0 - V^* = \frac{k}{k'} \Phi_0, \quad \text{risulta} \quad \frac{V_N - V^*}{V_0 - V^*} = \frac{\Phi_N}{\Phi_0}$$

da cui si ricava la relazione richiesta: $V_N = V^* + (V_0 - V^*) 0.96^{2N}$

Con questa formula sono calcolati i voltaggi riportati nella terza e sesta colonna della Tabella 2.

L'incertezza sui valori dei voltaggi calcolati può essere stimata tramite la semidifferenza tra valori massimi e minimi assunti da questa grandezza, tenendo conto degli errori su V_0 e su V^* .

I voltaggi misurati risultano in parte maggiori e in parte minori dei corrispondenti voltaggi calcolati. Le loro differenze però non superano le rispettive incertezze. Quindi si può dire che l'effetto risultante di rifrazione e assorbimento **non è significativo**, tenendo conto della precisione delle misure.

Consideriamo qualitativamente gli effetti separati di rifrazione e assorbimento.

Rifrazione. I raggi di luce che arrivano alla faccia del primo vetrino, sono contenuti in un cono di piccola apertura. Per effetto della rifrazione i raggi, in special modo quelli più esterni, vengono deviati e avvicinati alla normale al vetrino, per poi riallargarsi all'uscita dall'ultimo vetrino e proseguire con la stessa direzione che avevano all'ingresso nel primo. Il vertice (virtuale) del fascio conico uscente si avvicina al sensore. Il flusso radiante sul sensore aumenta come se provenisse da una sorgente più vicina.

Assorbimento. Al contrario l'assorbimento produce una diminuzione del flusso radiante sul sensore tanto maggiore quanto maggiore è lo spessore del gruppo di vetri.

PARTE 3. Lunghezza d'onda della radiazione IR

Quesito n. 3.1.

Sistemata l'apparecchiatura, si guarda verso il reticolo con visuale radente la superficie del goniometro. Si trova e si contrassegna con uno spillo, piantato sulla circonferenza del goniometro nella linea di visuale, la posizione dei massimi di luce gialla, prodotti dal reticolo per trasmissione, sia a sinistra che a destra del massimo di ordine zero.

Posizione dei massimi del primo e del secondo ordine

Tabella 3.

LED giallo	Angolo a sinistra del max di ordine zero [°]	Angolo a destra del max di ordine zero [°]	Passo [m]
Ordine 1	30.0	24.0	1.30×10^{-6}
Ordine 2	54.0	46.5	1.53×10^{-6}
Ordine 1	26.0	24.5	1.38×10^{-6}
Ordine 2	49.0	50.0	1.55×10^{-6}
Ordine 1	26.0	22.0	1.45×10^{-6}
Ordine 2	54.5	48.5	1.51×10^{-6}

Nelle letture sul goniometro si riesce ad apprezzare 0.5° .

Esempio di calcolo, con media aritmetica degli angoli di destra e sinistra:

con i dati della prima riga: $p = \frac{5.90 \times 10^{-7}}{\sin(30.0^\circ + 24.0^\circ)/2}; \quad p = 1.299 \dots \times 10^{-6} \text{ m}$

con i dati della seconda: $p = \frac{2 \cdot 5.90 \times 10^{-7}}{\sin(54.0^\circ + 46.5^\circ)/2}; \quad p = 1.534 \dots \times 10^{-6} \text{ m}$

Dalle sei misure si ottiene: Media aritmetica \pm semi-dispersione massima: $p = (1.5 \pm 0.1) \times 10^{-6} \text{ m}$

Scartando la prima misura 1.30×10^{-6} , troppo differenziata dalle altre, si ottiene

Passo: $p = (1.47 \pm 0.08) \times 10^{-6} \text{ m}$

Da altre misure si è ottenuto: $(1.46 \pm 0.03) \times 10^{-6}$ m; $(1.51 \pm 0.03) \times 10^{-6}$ m

Quesito n. 3.2.

Posizione dei massimi del primo ordine del flusso radiante corrispondenti ai valori massimi di voltaggio.

Tabella 4

LED IR	Angolo a sinistra del max di ordine zero [°]	Angolo a destra del max di ordine zero [°]	Lunghezza d'onda λ_{IR} [m]	
			(a)	(b)
Passo (1.51 ± 0.03) $\times 10^{-6}$ m	45.0	36.0	9.78×10^{-7}	9.81×10^{-7}
	46.5	34.0	9.70×10^{-7}	9.76×10^{-7}
	43.0	33.0	9.26×10^{-7}	9.30×10^{-7}
	43.0	35.5	9.53×10^{-7}	9.56×10^{-7}
	41.5	37.0	9.55×10^{-7}	9.56×10^{-7}
	42.0	36.5	9.54×10^{-7}	9.56×10^{-7}

I valori di λ_{IR} corrispondono ai due diversi procedimenti di calcolo (a) e (b), qui di seguito illustrati.

(a) Esempio di calcolo di λ_{IR} , con media aritmetica dei seni degli angoli di destra e sinistra della prima riga:

$$\lambda_{\text{IR}} = 1.51 \times 10^{-6} \frac{\sin 45.0^\circ + \sin 36.0^\circ}{2}; \quad \lambda_{\text{IR}} = 9.776 \dots \times 10^{-7} \text{ m}$$

(b) Esempio di calcolo, con media aritmetica degli angoli di destra e sinistra della prima riga:

$$\lambda_{\text{IR}} = 1.51 \times 10^{-6} \sin \frac{45.0^\circ + 36.0^\circ}{2}; \quad \lambda_{\text{IR}} = 9.806 \dots \times 10^{-7} \text{ m}$$

Con entrambi i metodi si ottiene per λ_{IR} : Media aritmetica \pm semi-dispersione massima:

$$\lambda_{\text{IR}} = (9.6 \pm 0.3) \times 10^{-7} \text{ m}$$

Note:

- I due metodi di calcolo indicati con (a) e con (b) non sono equivalenti. Adottare uno o l'altro significa assumere ipotesi diverse che danno luogo a implicazioni diverse. Tuttavia data la complessità tecnica sottostante e considerati che i valori che si ottengono per la lunghezza d'onda sono sostanzialmente equivalenti, si è ritenuto opportuno ai fini della gara non operare una distinzione tra i due metodi ed accettare corretti entrambi ai fini della valutazione della esecuzione della prova.
- Dal foglio dati del LED IR in questione risulta che la lunghezza d'onda di picco vale 950 nm.
- È interessante notare che con il CD come reticolo, non si formano massimi del secondo ordine per la radiazione IR; difatti risulta $2\lambda_{\text{IR}}/p = 1.3 > 1$.

Materiale elaborato dal Gruppo

	<p>PROGETTO OLIMPIADI <i>Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica</i> e-mail: segreteria@olifis.it - Tel. 0732 1966045 WEB: www.olifis.it</p>
---	--

NOTA BENE

È possibile utilizzare, riprodurre, distribuire, comunicare al pubblico questo materiale alle due seguenti condizioni: citare la fonte; non usare il materiale, nemmeno parzialmente, per fini commerciali.