Associazione per l'Insegnamento della Fisica

PROGETTO AIF OLIMPIADI

32ª Edizione

Olimpiadi di Fisica 2018

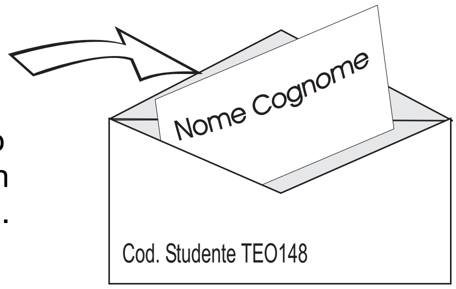
Gara Nazionale
Prova Teorica

Venerdì 13 Aprile 2018
Liceo Statale "Medi"
Senigallia (AN)

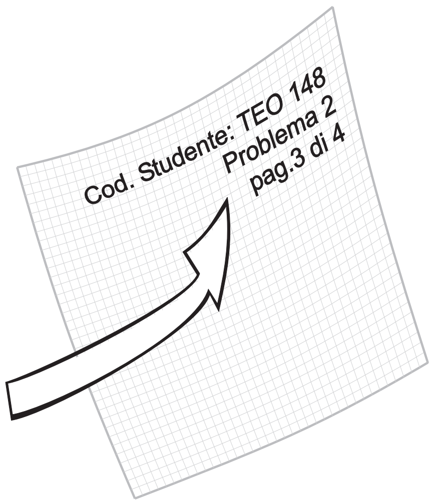
Non sfogliare il fascicolo !
Aspetta che sia dato il via.

ISTRUZIONI:

Tempo: 4 ore



1. Appena ti verrà dato il via, scrivi chiaro il tuo **NOME e COGNOME sul cartoncino** che hai ricevuto insieme ai fogli e alle buste, grande e piccola; poi inserisci il cartoncino nella busta piccola e chiudila. Metti subito la busta chiusa in quella grande, che userai alla fine per consegnare tutti i fogli.
   Successivamente, NON dovrai scrivere il tuo nome su nessun foglio né sulle buste,
   ma solo il "Codice Studente" !
2. Leggi con cura i testi dei tre problemi proposti.
3. E' assolutamente necessario, per non rischiare di essere penalizzati, **utilizzare un foglio diverso per ogni problema.**
4. Su ogni facciata scrivi chiaramente in alto a destra:
   - il tuo **Codice Studente**
   - il **numero** del problema
   - il **numero di pagina** (a partire da 1 per ogni problema)
   - il **numero totale di pagine** usate per quel problema:
     per esempio pag 3 di 4.



La Gara Nazionale è realizzata con il sostegno di

Comune di Senigallia

Ministero dell'Istruzione dell'Università e della Ricerca

Liceo Statale "Medi" Senigallia

ALCUNE COSTANTI FISICHE

Valori arrotondati, con errore relativo minore di 10^{-5}, da considerare **esatti**

COSTANTE	SIMBOLO	VALORE	UNITÀ
Velocità della luce nel vuoto	c	2.9979×10^{8}	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
Carica elementare	e	1.60218×10^{-19}	C
Massa dell'elettrone	m_e	9.1094×10^{-31}	kg
		$= 5.1100 \times 10^{2}$	$\mathrm{keV}\,c^{-2}$
Massa del protone	m_p	1.67262×10^{-27}	kg
		$= 9.3827 \times 10^{2}$	$\mathrm{MeV}\,c^{-2}$
Massa del neutrone	m_n	1.67493×10^{-27}	kg
		$= 9.3955 \times 10^{2}$	$\mathrm{MeV}\,c^{-2}$
Costante dielettrica del vuoto	ε_0	8.8542×10^{-12}	$\mathrm{F\,m^{-1}}$
Permeabilità magnetica del vuoto	μ_0	1.25664×10^{-6}	$\mathrm{H\,m^{-1}}$
Costante di Planck	h	6.6261×10^{-34}	$\mathrm{J\,s}$
Costante universale dei gas	R	8.3145	$\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$
Costante di Avogadro	N	6.0221×10^{23}	$\mathrm{mol^{-1}}$
Costante di Boltzmann	k	1.38065×10^{-23}	$\mathrm{J\,K^{-1}}$
Costante di Faraday	F	9.6485×10^{4}	$\mathrm{C\,mol^{-1}}$
Costante di Stefan–Boltzmann	σ	5.6704×10^{-8}	$\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$
Costante di gravitazione universale	G	6.674×10^{-11}	$\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$
Pressione atmosferica standard	p_0	1.01325×10^{5}	Pa
Temperatura standard (0°C)	T_0	273.15	K
Volume molare di un gas perfetto in condizioni standard (p_0, T_0)	V_m	2.2414×10^{-2}	$\mathrm{m^3\,mol^{-1}}$
Unità di massa atomica	u	1.66054×10^{-27}	kg

ALTRI DATI CHE POSSONO ESSERE NECESSARI

Valori arrotondati, con errore relativo minore di 10^{-5}, da considerare **esatti**.
Per semplicità – salvo che non sia detto esplicitamente – questi dati, quando riferiti ad una specifica temperatura, si potranno utilizzare anche ad altre temperature senza errori importanti.

Accelerazione media di gravità		g	9.8067	$\mathrm{m\,s^{-2}}$
Densità dell'acqua	(a 4°C)	ρ_a	1.00000×10^{3}	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$
	(a 0°C)	$\rho_\mathrm{a,0}$	0.99987×10^{3}	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$
Calore specifico dell'acqua	(a 20°C)	c_a	4.182×10^{3}	$\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$
Densità del ghiaccio	(a 0°C)	$\rho_\mathrm{g,0}$	0.917×10^{3}	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$
Calore di fusione del ghiaccio		λ_f	3.344×10^{5}	$\mathrm{J\,kg^{-1}}$
Calore di vaporizzazione dell'acqua	(a 100°C)	λ_v	2.257×10^{6}	$\mathrm{J\,kg^{-1}}$
Massa atomica del neon		m	20.1797	u

LEGGI CON CALMA E MOLTA ATTENZIONE!

NON SCRIVERE il tuo nome su nessun foglio (ad esclusione del cartoncino che va chiuso nella busta piccola, come detto in copertina). Devi SCRIVERE solo il tuo **Codice Studente** (riportato sulla busta piccola colorata) su ciascun **Foglio Riassuntivo** e su ogni foglio a quadretti utilizzato.

Insieme ai testi, per ogni problema ti è stato consegnato un **Foglio Riassuntivo** sul quale dovrai riportare in modo sintetico le risposte ad ogni domanda; i valori numerici devono essere scritti con il corretto numero di cifre, in relazione ai dati forniti e – se necessario – con indicazione dell'unità di misura.

È ESSENZIALE che tutti i risultati (formali e numerici) che hai trovato per ciascun problema siano riportati sul corrispondente **Foglio Riassuntivo**, poiché questo costituisce la base della valutazione della tua prova.

Ricordati di usare un foglio a quadretti diverso per ogni problema e di scrivere per prima cosa, in alto a destra, il tuo **Codice Studente**!

Sui fogli a quadretti devono essere riportate le soluzioni dettagliate, cercando di limitare il testo scritto e di privilegiare invece equazioni, simboli, numeri e diagrammi.

Su ogni facciata dei fogli a quadretti con la soluzione di un problema va sempre scritto, in alto a destra, il numero del problema, il numero di pagina e il numero totale di pagine utilizzate per quel problema, come descritto in copertina.

Infine un utile consiglio: tieni presente che non sempre la soluzione di una domanda richiede di aver risolto le domande precedenti.

NOTA importante sui DATI NUMERICI: I dati numerici forniti nei singoli problemi, qualunque sia il numero di cifre con cui vengono scritti, si devono considerare noti con un'incertezza dello $0.1\,\%$, salvo esplicita indicazione contraria. Le costanti fornite nella tabella generale si possono invece considerare note con incertezza trascurabile. Di conseguenza si scrivano i risultati numerici, quando richiesti, con un numero di cifre appropriato all'incertezza del risultato stesso.

Materiale elaborato dal Gruppo

PROGETTO OLIMPIADI

Segreteria delle Olimpiadi Italiane di Fisica

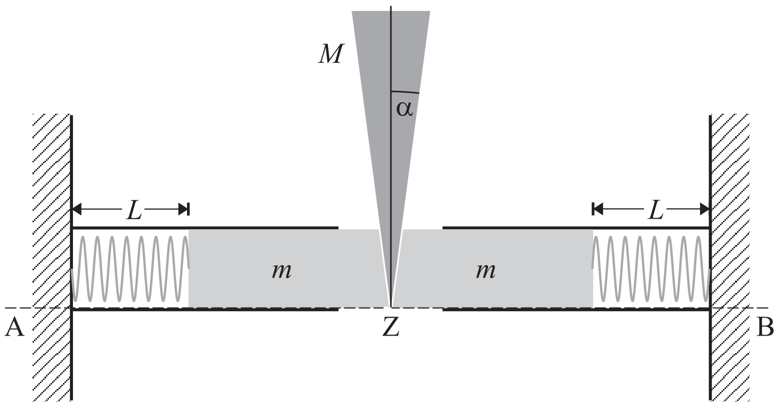
e-mail: **segreteria@olifis.it**
WEB: **www.olifis.it**

P1 Cuneo Punti 100

Un cuneo di massa $M = 0.500\,\mathrm{kg}$, avente la sezione di triangolo isoscele di semiapertura $\alpha = 7.5°$, poggia su due pistoni, ciascuno di massa $m = 0.200\,\mathrm{kg}$, che possono scorrere entro due guide orizzontali. Le pareti dei pistoni a contatto con il cuneo hanno la stessa inclinazione delle sue facce. Ciascun pistone è a sua volta a contatto con una molla ideale di costante $k = 800\,\mathrm{N\,m^{-1}}$, la cui altra estremità è fissata a una parete verticale.

Si suppongano trascurabili tutti i possibili attriti. Si adottino un asse x orizzontale e un asse y verticale e orientato verso il basso.

Nella situazione iniziale il vertice Z del cuneo si trova sulla linea di riferimento AB, le molle hanno la loro lunghezza di riposo, L, e i pistoni sono bloccati nella posizione mostrata in figura da due fermi (non rappresentati).



1. Calcolare, nella situazione iniziale, il modulo della forza che il cuneo esercita su ciascun pistone.

Tolti i fermi, il cuneo viene fatto scendere molto lentamente finché il sistema resta in equilibrio.

2. Di quanto si comprime ciascuna molla e di quanto si abbassa il cuneo?

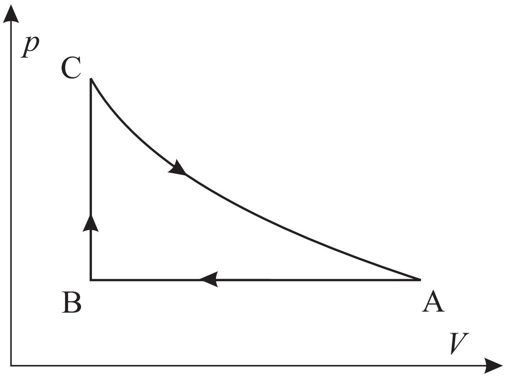
Il cuneo viene di nuovo sollevato fino alla posizione iniziale e viene lasciato cadere.

3. Calcolare il modulo della forza che il cuneo, subito dopo averlo lasciato andare, esercita su ciascun pistone e quelli delle forze che la molla e la guida esercitano sul pistone.

4. Supponendo che l'altezza del cuneo sia abbastanza grande da permettergli di compiere un moto oscillatorio, dimostrare che si tratta di un moto armonico e calcolare l'ampiezza, il periodo e la velocità massima raggiunta dal cuneo.

P2 Trasformazione termodinamica Punti 40

Un sistema costituito da un gas perfetto biatomico esegue, in senso orario, il ciclo termodinamico reversibile mostrato nel diagramma seguente



in cui la trasformazione CA è adiabatica. Si considerino noti p_A e V_A e sia $V_B = V_A/k$ con $k > 1$.

1. Si determini p_C in funzione di p_A e k.

2. Si trovi il rendimento η del ciclo, in funzione di k.

3. Tenendo conto che la funzione $\eta(k)$ è monotona crescente per $k > 1$, si determini il valore di k, con un errore inferiore a 0.05, per il quale il rendimento η è pari al 24 %.

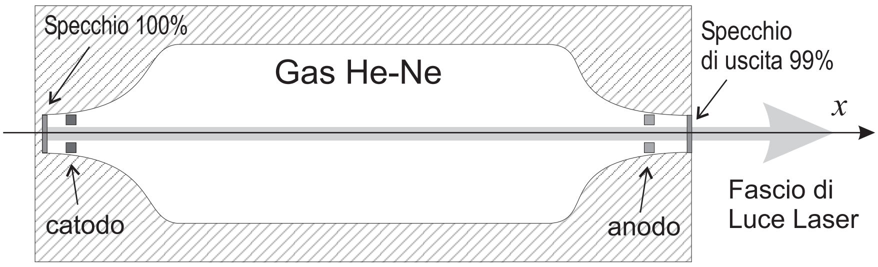
4. Si determini in quale o in quali stati del ciclo l'entropia del sistema è massima, e in quale o quali stati minima. Si calcoli il valore di $S_{max} - S_{min}$ in funzione di k e della quantità di sostanza espressa in moli (n).

P3 Allargamento Doppler Punti 60

La luce di un laser non può essere mai rigorosamente monocromatica ma è sempre distribuita entro un piccolo intervallo di lunghezze d'onda, la cui ampiezza dipende da molti fattori. Questo problema prenderà in esame uno solo di questi, l'effetto Doppler classico, dovuto al moto di agitazione termica degli atomi che emettono la luce; altri effetti saranno del tutto ignorati. Si potrà dunque fare l'ipotesi che, se gli atomi fossero fermi, la luce emessa sarebbe rigorosamente monocromatica, con una lunghezza d'onda λ_0.

Si consideri un laser He-Ne, schematicamente rappresentato in figura; si supponga che il sistema si trovi all'equilibrio termodinamico alla temperatura di 300 K. La luce viene generata da atomi di neon che si trovano all'interno di una cavità ottica, la quale ha lo scopo di amplificare la radiazione che si propaga in un'unica direzione (quella di emissione del fascio). A causa delle diverse velocità degli atomi, la radiazione emessa da ciascun atomo viene vista da un osservatore esterno, per effetto Doppler, con una lunghezza d'onda leggermente diversa da quella emessa dagli altri atomi, cosicché l'effetto complessivo è quello di un "allargamento" della riga spettrale attorno al valore $\lambda_0 = 632.816\,\mathrm{nm}$.

Si fissi un asse x nella direzione e nel verso indicato in figura.



1. Dalla teoria cinetica dei gas si ricava che la velocità quadratica media è $v_{\mathrm{qm}} = \sqrt{<v^2>} = \sqrt{(3kT/m)}$, dove k è la costante di Boltzmann, m la massa di una molecola e T la temperatura assoluta degli atomi del gas. Si ricavi il valore quadratico medio della componente v_x della velocità degli atomi di neon (si ricordi che il neon è monoatomico).

Per valutare l'allargamento della riga spettrale occorre conoscere la distribuzione della componente v_x della velocità degli atomi di neon. In un modello teorico molto semplificato si può assumere che questa sia distribuita **uniformemente** entro un intervallo compreso tra $-v_0$ e $+v_0$.

Per "*distribuzione di velocità*" si intende una funzione $h(v)$ tale che $h(v)\,dv$ rappresenti la frazione di atomi con velocità compresa tra v e $v + dv$.

2. Nel caso del modello semplificato descritto sopra, la distribuzione $h(v_x)$ ha un valore costante all'interno dell'intervallo $(-v_0; +v_0)$ e nulla fuori; si determini l'espressione di questa costante in funzione di v_0.

Per una data distribuzione di velocità, il valore medio di una funzione $f(v)$ è dato dall'integrale

$$<f> = \int f(v)\,h(v)\,dv\,.$$

3. Si determini l'ampiezza dell'intervallo di distribuzione delle velocità degli atomi, in modo tale che il valore quadratico medio di v_x sia uguale a quello trovato al punto 1.

4. Calcolare l'ampiezza dell'intervallo di lunghezze d'onda emesse dal laser, secondo questo modello semplificato.

In un modello teorico un po' più sofisticato, si può considerare che la componente v_x delle velocità degli atomi si distribuisca secondo la legge di Maxwell-Boltzmann

$$h(v_x) = h_0\ \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right), \quad \text{essendo per definizione} \quad \exp(x) \equiv e^x \quad \text{e dove } h_0 \text{ è un'opportuna costante.}$$

5. Ricavare analiticamente e disegnare schematicamente la funzione di distribuzione $I(\lambda)$ della luce emessa dal laser, cioè la funzione tale che $I(\lambda)\,d\lambda$ rappresenti la frazione di fotoni aventi lunghezza d'onda compresa tra λ e $\lambda + d\lambda$.

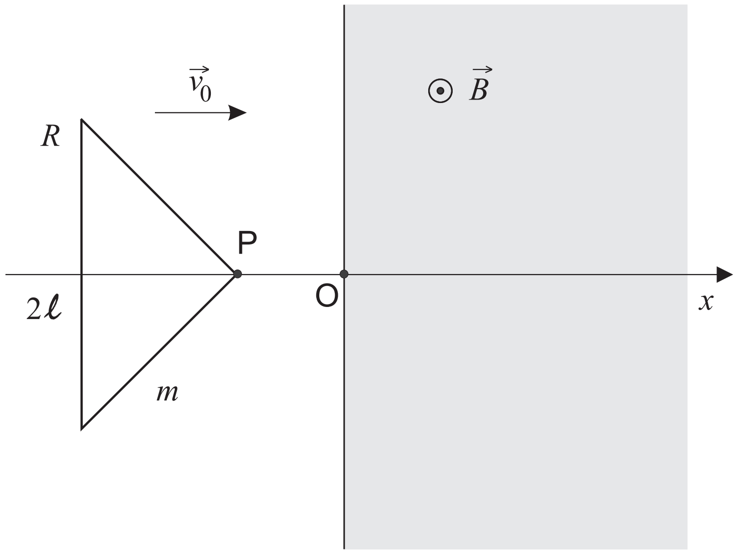
6. Calcolare l'ampiezza$^{(*)}$ dell'intervallo di lunghezze d'onda emesse dal laser, secondo questo modello.

$^{(*)}$ *Si intende la distanza in λ tra i punti per cui la distribuzione vale metà del massimo.*

P4 Spira triangolare Punti 100

Nella spira a forma di triangolo rettangolo isoscele (v. figura) il lato maggiore è 2ℓ, la massa m e la resistenza elettrica R. L'induttanza della spira e l'attrito meccanico possono considerarsi trascurabili.

Nella prima parte di questo problema la spira viene spostata in un piano orizzontale a velocità costante $\vec{v}_0$, partendo da grande distanza, verso un semispazio ove è presente un campo magnetico $\vec{B}$ verticale e uniforme, orientato come in figura.



La posizione della spira sia individuata dalla coordinata x del punto P rispetto all'origine O; si indichi con $t = 0$ l'istante in cui il vertice P della spira transita nel punto O ($x = 0$), cosicché si dovranno usare valori negativi di t per descrivere il moto della spira nel semispazio $x < 0$.

1. Determinare la corrente indotta nella spira in funzione del tempo e riportare tale funzione in un grafico.
2. Dopo aver determinato, in funzione della posizione x, la forza esterna che occorre applicare alla spira in modo che il moto resti sempre uniforme a velocità v_0, calcolare il lavoro complessivo fatto da tale forza.
3. Verificare che l'energia dissipata per effetto Joule coincide con il lavoro fatto dalla forza esterna.

Nella seconda parte si ripete l'esperimento, lanciando la spira sempre da grande distanza, e sempre a velocità v_0 ma, questa volta, senza applicare nessuna forza esterna.

4. Spiegare perché la velocità della spira non può mai diventare negativa.

Nella fase in cui la spira sta entrando nel semispazio $x > 0$, cioè mentre la spira è immersa solo parzialmente nella regione di campo magnetico, la sua velocità è legata alla posizione dalla relazione

$$v = v_0 - \frac{4B^2}{3Rm}\,x^3\,.$$

5. Verificare che questa legge di velocità soddisfa l'equazione del moto (seconda legge della dinamica) con le corrette condizioni iniziali.
6. Dire per quali valori della velocità v_0 la spira raggiunge la posizione $x = 2\ell$ e calcolare l'energia dissipata per effetto Joule durante il moto in questo caso.