



I Campionati di Fisica sono organizzati dall'AIF; sono finanziati e inseriti dal MIM nel Programma annuale per la valorizzazione delle eccellenze.

REGOLE PER LA CORREZIONE

Al fine di garantire l'uniformità di valutazione
seguire strettamente
le istruzioni relative alla validità dei risultati numerici e tenere conto delle deroghe indicate nelle "Note per i correttori".

Se la risposta a un quesito o a una domanda dei problemi è
corretta e giustificata
verranno assegnati i relativi punti anche se in essa non compaiono tutti gli elementi contenuti nella soluzione ufficiale o nelle griglie di valutazione.

In nessun caso assegnare frazioni di punto;
dove è disponibile solo un punto per più richieste verrà assegnato intero solo se tutte sono soddisfatte.

Con il supporto di

CASIO
www.casio-edu.it

Quesiti

QUESITO n. 1

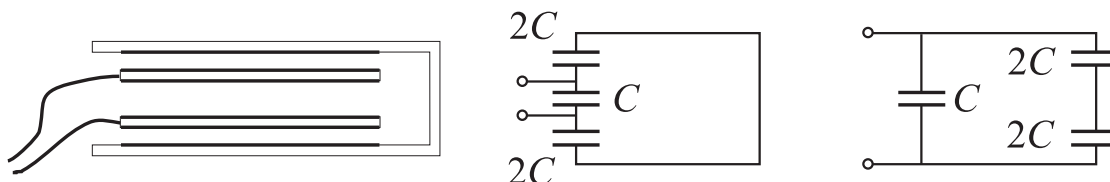
Nel passaggio dal vuoto a un materiale trasparente, la frequenza della radiazione non cambia mentre cambia la velocità e di conseguenza la lunghezza d'onda. Sia v la velocità della luce nel materiale di indice di rifrazione n . Si ha che $v = c/n$ e che $v = \lambda\nu$.

Perciò $\lambda_n = \frac{c}{n\nu} = \frac{\lambda_0}{n} = 0.39972 \mu\text{m}$, dove $\lambda_0 = \frac{c}{\nu}$ è la lunghezza d'onda della radiazione considerata nel vuoto.

RISPOSTE VALIDE \Rightarrow $0.400 \mu\text{m}$ oppure $0.4 \mu\text{m}$

NOTA per i correttori \Rightarrow Sarà considerata corretta anche la soluzione diretta $\lambda_n = \frac{\lambda_0}{n} = \dots$ senza ulteriori spiegazioni.

QUESITO n. 2



Considerate le superfici conduttrici affacciate, esse formano tre condensatori. Se $C = \varepsilon_0 S/d$ è la capacità del condensatore dato, la capacità degli altri due è $2C$, essendo la distanza tra le armature di ciascuno pari alla metà di quella del primo condensatore.

Il circuito descritto in termini di capacità, mostrato in figura subito a destra del sistema in due modi equivalenti, fa comprendere che i condensatori di capacità $2C$ sono in serie fra loro e in parallelo con quello dato di capacità C .

$$C_s = \left(\frac{1}{2C} + \frac{1}{2C} \right)^{-1} = C \quad \text{e} \quad C_p = C_s + C = 2C = 94 \text{ pF}.$$

RISPOSTE VALIDE \Rightarrow 94.0 pF oppure 94 pF

NOTA per i correttori \Rightarrow Per il solo disegno di uno schema corretto assegnare 1 punto; fino a calcolo corretto 2 punti; anche valore numerico 3 punti.

QUESITO n. 3

Detta ℓ_0 la lunghezza di riposo della molla, ℓ_1 la lunghezza nel primo caso e x_2 la compressione nel secondo caso, l'energia potenziale nei due casi può essere scritta come

$$U_1 = \frac{1}{2}k(\ell_1 - \ell_0)^2; \quad U_2 = \frac{1}{2}kx_2^2.$$

Dividendo membro a membro o sostituendo k , si ottiene

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{(\ell_1 - \ell_0)^2}{x_2^2} \quad \text{da cui} \quad \ell_1 - \ell_0 = \pm x_2 \sqrt{\frac{U_1}{U_2}} = \pm 4.082 \text{ cm}.$$

Quindi il valore minore di ℓ_0 è

$$\ell_{0,\min} = \ell_1 - x_2 \sqrt{\frac{U_1}{U_2}} = 19.918 \text{ cm}.$$

RISPOSTA VALIDA \Rightarrow 19.9 cm

QUESITO n. 4

L'energia di un fotone in funzione della sua lunghezza d'onda λ è $E = hc/\lambda$. Poiché la potenza emessa è $W = 1 \text{ mW}$, i fotoni emessi nel tempo $\Delta t = 2.5 \text{ s}$ sono

$$N = \frac{W}{E} \Delta t = \frac{W\lambda}{hc} \Delta t = 7.964 \times 10^{15}.$$

RISPOSTA VALIDA \Rightarrow 7.96×10^{15}

QUESITO n. 5

Il ciclo è composto dall'isobara AB, dall'isoterma BC e dalla trasformazione CA che è un'isocora; infatti, il suo grafico sta sulla retta di equazione $T = mp$ con $m = T_0/p_0$ costante e per la legge di stato dei gas perfetti

$$pV = nRT \Rightarrow V = nR \frac{T}{p} = m n R.$$

Dunque il volume è costante e vale $V_0 = nRT_0/p_0$; ancora per la legge dei gas perfetti si trova che il volume nello stato B è $2V_0$.

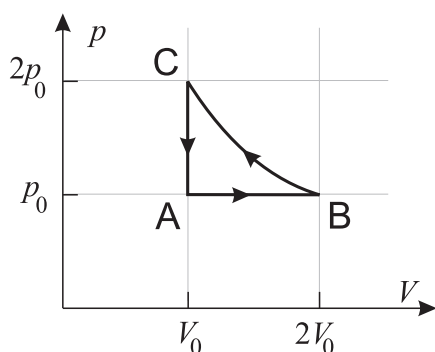
Il lavoro del ciclo è $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{AB} + \mathcal{L}_{BC}$ dato che il lavoro in un'isocora è nullo; si ha

$$\mathcal{L}_{AB} = p_0 \Delta V = p_0 V_0 = nRT_0$$

$$\mathcal{L}_{BC} = nR(2T_0) \ln \frac{V_C}{V_B} = 2 \ln(1/2) nRT_0 \quad \text{da cui}$$

$$\mathcal{L} = (1 - 2 \ln 2) nRT_0 = -1.2847 \text{ kJ}.$$

RISPOSTA VALIDA \Rightarrow -1.28 kJ



In alternativa si può rappresentare il ciclo nel piano $p - V$ e si ha il grafico in figura dove il lavoro è dato dall'area delimitata nella curva del ciclo.

Le espressioni delle aree sottese alle trasformazioni AB e BC sono le stesse date sopra.

QUESITO n. 6

Il perimetro del quadrato è lungo 40 m, quindi $\ell = 10 \text{ m}$ è il lato del quadrato. Andrea nuota a una velocità $v_A = 100 \text{ m}/125 \text{ s} = 0.8 \text{ m s}^{-1}$. Sia $v_f = 0.4 \text{ m s}^{-1}$ la velocità del fiume.

Sia 1 il lato del quadrato, parallelo alla velocità del fiume, nel quale Andrea nuota nello stesso verso della corrente mentre nel lato 3 nuota in verso opposto. I tempi impiegati a nuotare lungo i lati 1 e 3 saranno rispettivamente

$$t_1 = \frac{\ell}{v_A + v_f} \quad \text{e} \quad t_3 = \frac{\ell}{v_A - v_f}.$$

Poiché nei tratti 2 e 4 Andrea deve spostarsi in direzione perpendicolare alla corrente, componendo le velocità, si ha:

$$v_{\perp} = \sqrt{v_A^2 - v_f^2} \quad \text{e i tempi di percorrenza saranno} \quad t_2 = t_4 = \frac{\ell}{v_{\perp}}.$$

Pertanto il tempo totale t sarà

$$t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = \frac{\ell}{v_A + v_f} + \frac{\ell}{v_A - v_f} + 2 \frac{\ell}{v_{\perp}} = 2\ell \frac{v_A + \sqrt{v_A^2 - v_f^2}}{v_A^2 - v_f^2} = 62.201 \text{ s}.$$

RISPOSTA VALIDA \Rightarrow 62.2 s

QUESITO n. 7

Dall'equilibrio dei momenti sul sistema composto dall'asta CE e dalla massa m , calcolati rispetto al polo fissato nel fulcro D, si deduce:

$$mg2\ell = T\ell \quad \text{dove } T \text{ è il modulo della tensione della catenella.}$$

Dall'equilibrio dei momenti sul sistema composto dall'asta AB e dal corpo di massa $3m$, calcolati rispetto al fulcro A, si ha invece

$$T\ell = 3mgx.$$

Confrontando le due equazioni si ottiene

$$2mg\ell = 3mgx \Rightarrow x = \frac{2}{3}\ell.$$

RISPOSTE VALIDE \Rightarrow 0.667 ℓ oppure $\frac{2}{3}\ell$

QUESITO n. 8

L'equazione del moto per il corpo di massa m , ponendo la direzione positiva dell'asse verticale verso l'alto, è

$$T_1 - mg = ma \quad \text{dove } T_1 \text{ è la tensione della fune.}$$

Per il secondo corpo, ponendo per esso la direzione positiva verso il basso, l'equazione del moto fornisce

$$Mg - T_2 = Ma.$$

Dato che le masse del filo e della carrucola sono trascurabili, $T_1 = T_2 = T$ e dalle due equazioni si ottiene

$$a = \frac{M - m}{M + m}g$$

$$T = 2mg \frac{M}{M + m}.$$

Poiché la fune non si deve spezzare indipendentemente dal valore di M , il carico di rottura deve essere maggiore di T per qualsiasi M .

La funzione $T(M)$ è crescente e, per $M \rightarrow \infty$, tende asintoticamente a

$$T_\infty = 2mg.$$

Quindi il carico di rottura minimo è

$$T^* = T_\infty = 2mg = 4.7072 \text{ N}.$$

RISPOSTA VALIDA \Rightarrow 4.71 N

NOTA per i correttori \Rightarrow Si assegnano 2 punti per l'espressione corretta della tensione T in funzione di M senza arrivare al risultato finale.

QUESITO n. 9

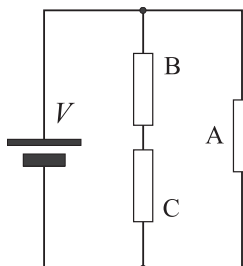
Detta ΔU la variazione di energia interna, si applica il primo principio della termodinamica $\Delta U = Q - \mathcal{L}$ dove Q è il calore fornito al sistema e \mathcal{L} è il lavoro fatto dal sistema.

In questo caso, considerando che il contenitore è isolato e che l'elica sviluppa un lavoro mettendo in movimento l'acqua ma non fornisce calore, si ha $Q = 0$ per cui

$$\Delta U = -\mathcal{L} = P\Delta t = 60 \text{ kJ}.$$

RISPOSTE VALIDE \Rightarrow 60.0 kJ oppure 60 kJ

QUESITO n. 10



Nel resistore A scorre la corrente $i = V/R$. Nel resistore C scorre invece una corrente $i' = V/(5R) = i/5$. Si ha, dunque,

$$\frac{P_A}{P_C} = \frac{R_A i^2}{R_C i'^2} = \frac{25}{3} = 8.3333.$$

RISPOSTE VALIDE \Rightarrow 8.33 oppure 25/3

Problemi

PROBLEMA n. 1 – Tiro al bersaglio

Quesito n. 1.

Le forze che agiscono sul filo sono il peso e la tensione, per cui la seconda legge della dinamica si scrive:

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}.$$

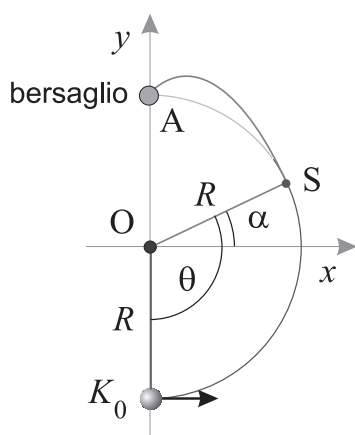
La componente radiale di questa equazione è

$$T - mg \cos \theta = m \frac{v^2}{R}.$$

Pertanto la tensione si annulla quando $\cos \theta = -v^2/(gR)$. Poiché il coseno è negativo, la tensione può annullarsi solo per $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$, ovvero al di sopra del punto di sospensione O.

Quesito n. 2.

La tensione del filo non deve annullarsi fino al momento della bruciatura.



Sia v_α il modulo della velocità in quel punto. La componente della forza peso nella direzione del filo vale $mg \sin \alpha$ per cui, tenendo conto dell'accelerazione centripeta, si ha

$$m \frac{v_\alpha^2}{R} = T + mg \sin \alpha \quad \Rightarrow \quad T = m \frac{v_\alpha^2}{R} - mg \sin \alpha$$

da cui, utilizzando la conservazione dell'energia e chiedendo che il modulo di T sia positivo

$$K_0 = \frac{1}{2} m v_\alpha^2 + mgR(1 + \sin \alpha) \quad \Rightarrow \quad m v_\alpha^2 = 2[K_0 - mgR(1 + \sin \alpha)].$$

$$T = \frac{2K_0}{R} - 2mg(1 + \sin \alpha) - mg \sin \alpha > 0$$

si ottiene

$$K_0 > \frac{1}{2} mgR (2 + 3 \sin \alpha) \stackrel{\text{def}}{=} K_1.$$

Quesito n. 3.

Le componenti cartesiane della velocità sono $v_{\alpha,x} = -v_\alpha \sin \alpha$ e $v_{\alpha,y} = v_\alpha \cos \alpha$. Le equazioni del moto dopo la bruciatura del filo, ponendo l'origine degli assi cartesiani nel centro della circonferenza, sono

$$x = R \cos \alpha + v_{\alpha,x} t \quad \text{e} \quad y = R \sin \alpha + v_{\alpha,y} t - \frac{1}{2} g t^2.$$

Sul bersaglio si ha $x = 0$ e $y = R$, per cui si ottengono le equazioni

$$\begin{cases} R \cos \alpha - (v_\alpha \sin \alpha) t = 0 \\ R \sin \alpha + (v_\alpha \cos \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2 = R. \end{cases}$$

Ricavando t dalla prima equazione e sostituendolo nella seconda si ha

$$\begin{cases} t = \frac{R \cos \alpha}{v_\alpha \sin \alpha} \\ R \sin \alpha + (v_\alpha \cos \alpha) \frac{R \cos \alpha}{v_\alpha \sin \alpha} - \frac{1}{2} g \left(\frac{R \cos \alpha}{v_\alpha \sin \alpha} \right)^2 - R = R \sin \alpha + \frac{R \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} - \frac{1}{2} g \frac{R^2 \cos^2 \alpha}{v_\alpha^2 \sin^2 \alpha} - R = 0 \end{cases}$$

e da quest'ultima si ricava v_α

$$\frac{1}{2} \frac{gR \cos^2 \alpha}{v_\alpha^2 \sin^2 \alpha} = \sin \alpha + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} - 1 = \frac{1 - \sin \alpha}{\sin \alpha}$$

$$v_\alpha^2 = \frac{gR \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha} \frac{\sin \alpha}{1 - \sin \alpha} = \frac{gR \cos^2 \alpha}{2 \sin \alpha (1 - \sin \alpha)} = \frac{gR (1 - \sin^2 \alpha)}{2 \sin \alpha (1 - \sin \alpha)} = \frac{gR (1 + \sin \alpha)}{2 \sin \alpha}$$

$$v_\alpha = \cos \alpha \sqrt{\frac{Rg}{2 \sin \alpha (1 - \sin \alpha)}} = \sqrt{\frac{gR (1 + \sin \alpha)}{2 \sin \alpha}}.$$

RISPOSTE VALIDE \Rightarrow Entrambe le forme.

Quesito n. 4.

Utilizzando ancora la conservazione dell'energia

$$K_0 = \frac{1}{2} m v_\alpha^2 + mgR (1 + \sin \alpha)$$

e sostituendo il risultato precedente per v_α si ottiene

$$K_0 = \frac{1}{2} m \frac{gR \cos^2 \alpha}{2 \sin \alpha (1 - \sin \alpha)} + mgR (1 + \sin \alpha) = mgR \frac{(1 + \sin \alpha)(1 + 4 \sin \alpha)}{4 \sin \alpha}$$

avendo utilizzato la relazione $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$. Essendo $\sin 30^\circ = 1/2$ si ottiene

$$K_0 = \frac{9}{4} mgR > K_1 = \frac{7}{4} mgR; \quad \text{quindi il filo resta teso.}$$

Inoltre, ponendo $\alpha = 90^\circ$, si trova l'energia cinetica iniziale necessaria per arrivare in A lungo la circonferenza, con il filo teso,

$$K_2 = \frac{5}{2} mgR \quad \text{da cui si verifica che} \quad K_0 < K_2.$$

Nota: si può dimostrare che la relazione $K_0 > K_1$ vale per tutti gli angoli $0 < \alpha < 90^\circ$ mentre $K_0 < K_2$ solo per $\alpha > \alpha_0 \approx 14.5^\circ$.

Dimostrazioni (NON richieste): Il bersaglio può essere colpito solo se, nel punto della bruciatura, il filo è ancora teso; K_1 è stato definito come il limite inferiore di K_0 perché questo accada, al variare di α , quindi la prima disuguaglianza è vera - per definizione - per ogni α . Esplicitamente si ha

$$K_0 > K_1 \Rightarrow mgR \frac{(1 + \sin \alpha)(1 + 4 \sin \alpha)}{4 \sin \alpha} > \frac{1}{2} mgR (2 + 3 \sin \alpha)$$

$$(1 + \sin \alpha)(1 + 4 \sin \alpha) > 2 \sin \alpha (2 + 3 \sin \alpha)$$

$$2 \sin^2 \alpha - \sin \alpha - 1 < 0 \quad \text{con} \quad 0 < \alpha < 90^\circ, \quad 0 < \sin \alpha < 1$$

$$\Delta = 1 + 8 = 9 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1 \mp 3}{4} \quad \text{per cui la disuguaglianza è verificata per}$$

$$0 < \sin \alpha < 1 \Rightarrow 0^\circ < \alpha < 90^\circ.$$

$$K_0 < K_2 \Rightarrow mgR \frac{(1 + \sin \alpha)(1 + 4 \sin \alpha)}{4 \sin \alpha} < \frac{5}{2} mgR$$

$$1 + 5 \sin \alpha + 4 \sin^2 \alpha < 10 \sin \alpha$$

$$4 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha + 1 < 0 \quad \text{con} \quad 0 < \alpha < 90^\circ, \quad 0 < \sin \alpha < 1$$

$$\Delta = 25 - 16 = 9 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{5 \mp 3}{8}$$

$$\frac{1}{4} < \sin \alpha < 1 \Rightarrow 14.478^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow \alpha_0 = 14.478^\circ.$$

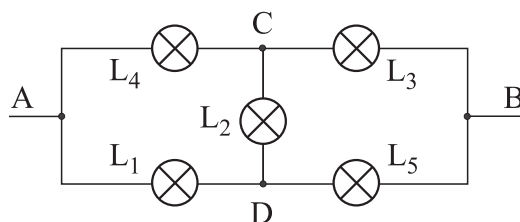
Infine è interessante notare che, nonostante la traiettoria parabolica raggiunga un punto posto più in alto di A, l'energia necessaria è minore (almeno per $\alpha > \alpha_0$) di quella richiesta percorrendo la circonferenza.

Questo è dovuto al fatto che per percorrere la traiettoria circolare è necessario che il filo rimanga sempre teso e questo richiede una velocità maggiore di quella che sarebbe sufficiente a raggiungere la quota del punto A.

La situazione è del tutto analoga a quella di una macchina che esegue un "giro della morte" rimanendo aderente alla pista anche nel punto più alto.

PROBLEMA n. 2 – Cinque lampadine

Il ramo del circuito elettrico contenente le lampadine è compreso tra i punti A e B corrisponde al circuito equivalente mostrato qui sotto



Dal circuito equivalente si riconosce facilmente che ai capi delle lampadine L_1 , L_3 , L_4 , L_5 si ha la stessa d.d.p. di 6 V pertanto esse funzioneranno normalmente e si accenderanno tutte con la stessa intensità luminosa. Infatti detta R la resistenza di una lampadina si ha

$$V_{AB} = (R_1 + R_5)I_1 = 2RI_1 \Rightarrow I_1 = \frac{V_{AB}}{2R} \quad \text{e} \quad V_1 = RI_1 = R \frac{V_{AB}}{2R} = \frac{1}{2}V_{AB} = 6 \text{ V}.$$

Alla stessa maniera si ottengono le d.d.p. ai capi delle lampadine L_3 , L_4 , L_5 .

Ai capi della lampadina L_2 invece la d.d.p. è nulla poiché, per la simmetria tra i rami superiori e quelli inferiori, $V_C = V_D \Rightarrow V_{CD} = 0$; quindi questa lampadina non si accende.

Quesito n. 1.

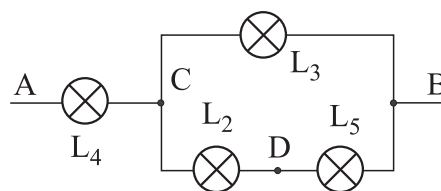
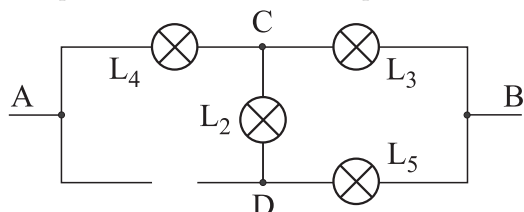
Bisogna distinguere due casi.

- **Primo caso:** svitare L_2 .

La modifica non ha alcuna conseguenza sulla luminosità delle altre quattro lampadine poiché nel ramo CD del circuito non circola corrente elettrica.

- **Secondo caso:** eliminare una lampadina qualsiasi tra L_1 , L_3 , L_4 , L_5 .

Si ottiene un circuito formato da quattro resistenze uguali, di cui la prima è in serie con il parallelo della seconda con un'ulteriore serie delle ultime due. In particolare, a titolo esemplificativo, di seguito è mostrato (a destra) il circuito equivalente in cui è stata asportata la lampadina L_1 .



Detta R_{CB} la resistenza tra i punti C e B si ha

$$\frac{1}{R_{CB}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_{CB} = \frac{2}{3}R$$

e la resistenza complessiva R_{AB} vale

$$R_{AB} = R_4 + R_{CB} = \frac{5}{3}R$$

da cui la corrente, I , che fluisce dalla pila

$$I = \frac{V_0}{R_{AB}} = \frac{3}{5} \frac{V_0}{R}$$

dove $V_0 = 12 \text{ V}$ è la d.d.p. ai capi della pila.

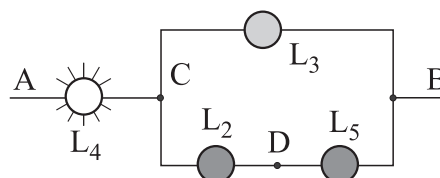
La d.d.p. V_4 ai capi della lampadina L_4 vale $V_4 = RI = 3V_0/5 = 7.2 \text{ V}$.

La d.d.p. V_3 ai capi della lampadina L_3 vale $V_3 = V_{CB} = V_0 - V_4 = 4.8 \text{ V}$.

La d.d.p. ai capi delle lampadine L_2 e L_5 è la stessa e vale $V_2 = V_5 = V_{CB}/2 = 2.4 \text{ V}$.

Considerando la d.d.p. applicata a ogni lampadina, in definitiva si ha

$$\left\{ \begin{array}{ll} L_4 : V_4 = 7.2 \text{ V} > 6 \text{ V} & \text{aumenta la luminosità e non brucia} \\ L_3 : V_3 = 4.8 \text{ V} < 6 \text{ V} & \text{diminuisce la luminosità} \\ L_2, L_5 : V_2 = V_5 = 2.4 \text{ V} < 6 \text{ V} & \text{luminosità molto debole} \end{array} \right.$$



NOTA per i correttori \Rightarrow Tenere presente che lo studente potrebbe togliere una qualsiasi lampadina tra L_1, L_3, L_4, L_5 e di conseguenza il risultato che ottiene va valutato sulla base della coerenza con la scelta che ha effettuato.

Il minimo cambiamento nella luminosità delle lampadine rimanenti lo si ottiene nel caso in cui viene asportata la lampadina L_2 , caso in cui la luminosità delle altre lampadine non cambia.

Quesito n. 2.

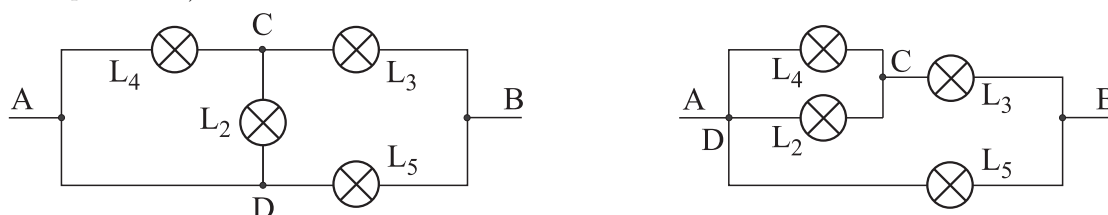
Una lampadina viene sostituita con un filo elettrico di resistenza trascurabile.

- **Primo caso:** viene sostituita la lampadina L_2 .

La situazione non cambia poiché, come visto al quesito precedente, la d.d.p. ai capi del filo è $V_{CD} = 0$.

- **Secondo caso:** viene sostituita una lampadina qualsiasi tra L_1, L_3, L_4, L_5 .

Il circuito equivalente diventa quello mostrato nella figura sottostante (avendo sempre tolto a titolo esemplificativo la lampadina L_1).



La resistenza R_{AC} , data dal parallelo tra L_2 e L_4 , vale $R_{AC} = R/2$; dunque $V_{AC} = 4\text{ V}$ e $V_{CB} = 8\text{ V}$. Infatti

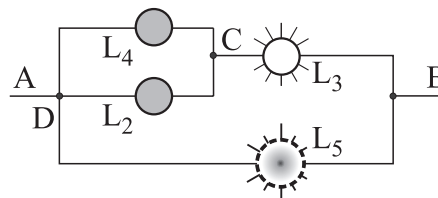
$$V_{AB} = V_{AC} + V_{CB} = \frac{R}{2} I_1 + R I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{2V_{AB}}{3R}$$

(dove I_1 è la corrente che scorre nel parallelo L_2, L_4 e in L_3) da cui

$$V_{AC} = \frac{R}{2} I_1 = \frac{R}{2} \frac{2V_{AB}}{3R} = \frac{V_{AB}}{3} = 4\text{ V} \quad \text{e} \quad V_{CB} = V_{AB} - V_{AC} = 8\text{ V}.$$

Per quanto riguarda la luminosità si ottiene

$$\begin{cases} L_2, L_4 : V_2 = V_4 = 4\text{ V} < 6\text{ V} & \text{la luminosità diminuisce} \\ L_3 : V_3 = 8\text{ V} > 6\text{ V} & \text{la luminosità aumenta ma non brucia} \\ L_5 : V_5 = V_{AB} = 12\text{ V} \gg 6\text{ V} & \text{la luminosità aumenta e brucia} \end{cases}$$



Nota: dal momento in cui la lampadina L_5 si è bruciata, questa può essere schematizzata come un circuito aperto, ma quello che succede all'altro ramo del circuito non cambia.

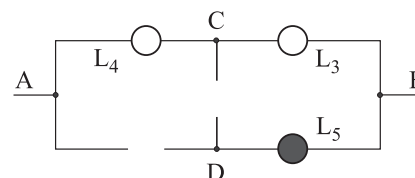
Quesito n. 3.

NOTA per i correttori \Rightarrow Di seguito sono elencati tutti i possibili casi tra i quali lo studente deve trattarne uno solo. Nel caso siano stati esaminati più casi – contrariamente a quanto richiesto – si dovrà tener conto e valutare solo il primo caso trattato, ignorando i successivi.

Si possono verificare quattro situazioni diverse.

- **Situazione 1:** si toglie L_2 e una qualunque delle altre lampadine. Nel seguito viene tolta L_1 .

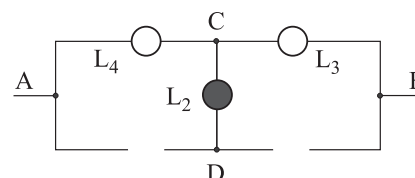
In questa situazione l'unico ramo del circuito nel quale circola corrente è quello formato dalla serie tra L_3 e L_4 . Dunque per quanto visto sopra $V_3 = V_4 = 6\text{ V}$ e $V_5 = 0\text{ V}$. Quindi L_3 e L_4 funzionano normalmente e L_5 è spenta.



- **Situazione 2:** si toglie una qualunque tra L_1, L_3, L_4 e L_5 . Nel seguito viene tolta L_1 .

- **Situazione 2.1:** viene tolta anche la lampadina L_5 (quella sullo stesso lato).

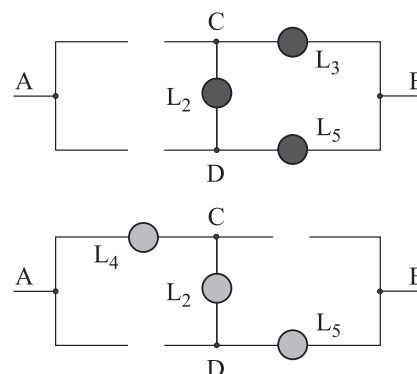
In questa situazione l'unico ramo del circuito nel quale circola corrente è quello formato dalla serie tra L_4 e L_3 . Dunque per quanto visto sopra $V_4 = V_3 = 6\text{ V}$ e $V_2 = 0\text{ V}$. Quindi L_4 e L_3 funzionano normalmente e L_2 è spenta.



• **Situazione 2.2:** viene tolta anche la lampadina L_4 (quella a lei opposta). In questa situazione il circuito diventa aperto e tutte le lampadine rimaste sono spente.

• **Situazione 2.3:** viene tolta anche la lampadina L_3 (quella a lei incrociata).

In questa situazione l'unico ramo del circuito nel quale circola corrente è quello formato dalla serie tra L_4 , L_2 e L_5 . Dunque per quanto visto sopra $V_4 = V_2 = V_5 = 4\text{ V}$. Quindi le tre lampadine risultano debolmente illuminate.



PROBLEMA n. 3 – Due fratelli allo specchio

Quesito n. 1.

Se l'immagine di Alberto si sovrappone esattamente alla figura di Bianca, che si trova oltre lo specchio, l'immagine deve essere virtuale, dritta e rimpicciolita dato che Bianca è la "sorellina" di Alberto; questo è sempre vero per uno specchio convesso e non è mai vero per uno specchio concavo. Dunque la parte concava dello specchio è quella dalla parte di Bianca.

Quesito n. 2.

Si consideri la faccia convessa dello specchio: siano p_A e q_A , rispettivamente, le distanze di Alberto e Bianca (la cui posizione coincide con quella dell'immagine di Alberto) dal vertice V; per convenzione $p_A > 0$ e $q_A < 0$ come pure $f = -R/2 = -5\text{ m} < 0$. Se $d = 6\text{ m}$ è la distanza tra i due fratelli, valgono quindi le due equazioni

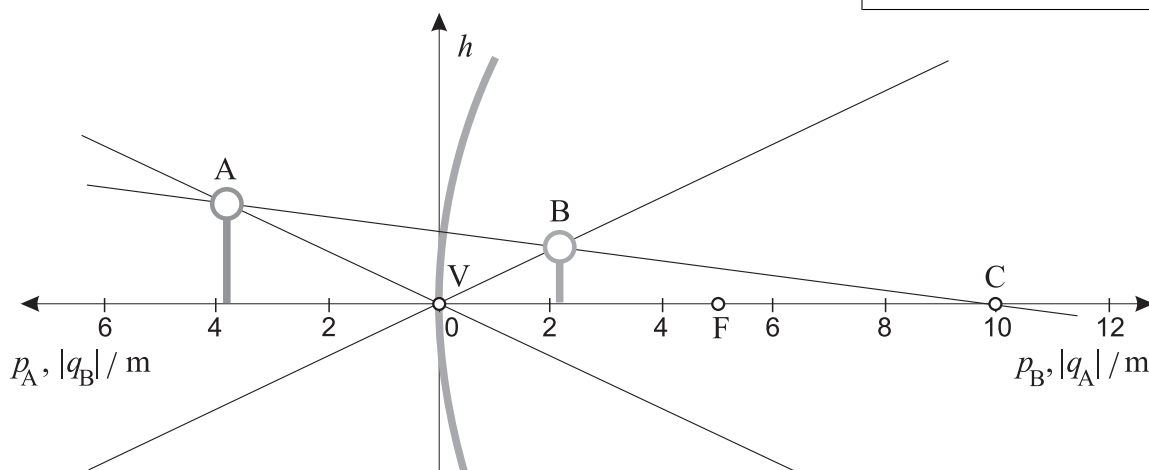
$$\begin{cases} p_A + |q_A| = p_A - q_A = d \Rightarrow q_A = p_A - d \\ \frac{1}{p_A} + \frac{1}{q_A} = \frac{1}{f} \Rightarrow f q_A + f p_A = p_A q_A \end{cases} \quad \text{da cui, sostituendo, } f(p_A - d) + f p_A = p_A(p_A - d) \Rightarrow$$

$$p_A^2 - (2f + d)p_A + fd = 0.$$

La soluzione positiva di questa equazione è data da

$$p_A = \frac{1}{2} \left(2f + d + \sqrt{(2f + d)^2 - 4fd} \right) = \left(\frac{-4 + \sqrt{136}}{2} \right) \text{ m} = 3.83095 \text{ m}; \quad q_A = -2.16905 \text{ m}.$$

RISPOSTE VALIDE $\Rightarrow p_A = 3.83 \text{ m}; \quad |q_A| = 2.17 \text{ m}$



In figura, orizzontalmente, sono stati tracciati due semiasse con origine in V per indicare le posizioni nei due semispazi separati dallo specchio. Per la faccia convessa dello specchio si usa il semiasse a sinistra e le coordinate p_A e $-|q_A|$; per la faccia concava il semiasse a destra e le coordinate p_B e $-|q_B|$.

Quesito n. 3.

Dette h_A e h_B , rispettivamente, le altezze di Alberto e di Bianca, e considerando la retta del raggio di luce da A al centro di curvatura C dello specchio, si ha

$$\frac{h_A}{r + p_A} = \frac{h_B}{r + q_A} \Rightarrow h_B = h_A \frac{r + q_A}{r + p_A} = 101.91 \text{ cm}.$$

In modo alternativo, ricordando che l'ingrandimento è dato da $G = -q/p$ si ottiene l'altezza di Bianca come

$$h_B = G h_A = \frac{-q_A}{p_A} h_A = 101.91 \text{ cm}.$$

RISPOSTA VALIDA \Rightarrow $h_B = 102 \text{ cm}$.

Quesito n. 4.

La costruzione geometrica per determinare l'immagine di Bianca è la stessa del punto 3.; questo consente di dire subito che l'immagine di Bianca coincide in posizione e dimensioni con la figura di Alberto. Allo stesso risultato si arriva con il calcolo formale che segue.

Lo specchio visto da Bianca è concavo, di focale positiva $f' = 5 \text{ m}$, a distanza $p_B = -q_A = 2.17 \text{ m}$.

La legge dei punti coniugati dà ora

$$\frac{1}{p_B} + \frac{1}{q_B} = \frac{1}{f'} \Rightarrow q_B = \frac{p_B f'}{p_B - f'} = -\frac{q_A f'}{q_A - f'} = -p = -3.83 \text{ m}.$$

L'immagine di Bianca è nella stessa posizione di Alberto e la sua altezza – seguendo lo stesso procedimento nel punto 3. – è uguale all'altezza di Alberto.

Dunque Bianca vede la sua immagine ingrandita e in tutto coincidente con la figura di Alberto.

Anche in questo caso si può usare l'ingrandimento che risulta

$$G' = -\frac{q_B}{p_B} = -\frac{p_A}{q_A} = \frac{1}{G}.$$

Quesito n. 5.

Relativamente alla posizione, le relazioni trovate al punto 4 ($q_B = -p_A$ e $p_B = -q_A$) sono sempre vere, purché le immagini siano virtuali per entrambi i fratelli; la condizione per cui il fenomeno si verifica è quindi che Bianca si trovi tra il vertice dello specchio concavo e il fuoco e Alberto nella posizione della sua immagine virtuale. Variando la distanza d tra 0 (entrambi accostati allo specchio) e infinito (Bianca nel fuoco della parte concava e Alberto a distanza infinita dalla parte convessa) si trova sempre una soluzione.

Tuttavia, se i fratelli cambiano posizione le loro immagini cambiano dimensioni e dunque in altezza noteranno entrambi una differenza; quella che hanno osservato è davvero una rara "coincidenza" che si realizza solo per quella particolare distanza tra loro!

PROBLEMA n. 4 – Disco di Vinile
Quesito n. 1.

Nella foto l'immagine del disco ha un raggio $r_f = 87 \text{ mm}$ per cui il fattore di scala per ottenere le misure reali è

$$\gamma = \frac{304.8 \text{ mm}}{2 \cdot 87 \text{ mm}} \approx 1.75.$$

La parte incisa è una corona compresa tra il raggio $r_1 = 83 \text{ mm}$ e $r_2 = 34 \text{ mm}$; l'ampiezza della corona è $s_f = 49 \text{ mm}$ e il raggio medio della parte incisa è $r_{m,f} = (r_1 + r_2)/2 = 58.5 \text{ mm}$.

La larghezza s della corona incisa sul disco è quindi

$$s = \gamma s_f = 85.8 \text{ mm}$$

e il raggio medio della parte incisa é

$$r_m = \gamma r_{f,m} \approx 103 \text{ mm}$$

NOTA per i correttori \Rightarrow Con una tolleranza del 4% sulle misure effettuate, saranno considerate valide queste risposte, se date nella forma richiesta:

RISPOSTE VALIDE \Rightarrow $(82.3 \leq s \leq 89.3) \text{ mm}$ $(98.4 \leq r_m \leq 107) \text{ mm}$

Poiché la riproduzione completa dura 30 minuti, il disco effettua $N = 1000$ giri e dunque la distanza tra i solchi è

$$d = \frac{s}{N} = 85.8 \mu\text{m}$$

$$\text{RISPOSTE VALIDE} \Rightarrow (82.3 \leq s \leq 89.3) \mu\text{m}$$

La lunghezza totale dell'incisione si può stimare moltiplicando la lunghezza della circonferenza avente il raggio medio per il numero di giri, dato che la distanza tra due solchi contigui è costante.

$$L = 2\pi r_m N = 644 \text{ m}$$

$$\text{RISPOSTE VALIDE} \Rightarrow (618 \leq L \leq 670) \text{ m}$$

Quesito n. 2.

La frequenza angolare del disco è pari a 100 giri in 180 s, ovvero $f_d = 0.556 \text{ s}^{-1}$ per cui la velocità angolare è

$$\omega = 2\pi f_d = 3.491 \text{ rad s}^{-1}$$

Nella zona centrale dell'incisione, di raggio r_m , la velocità relativa tra disco e puntina è

$$v = \omega r_m = 357.8 \text{ mm s}^{-1}$$

Poiché la puntina che rileva la nota deve oscillare radialmente alla frequenza f , la lunghezza d'onda sul solco deve essere

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{\omega r_m}{f} = 2\pi r_m \frac{f_d}{f} = 0.814 \text{ mm}$$

$$\text{RISPOSTE VALIDE} \Rightarrow (0.781 \leq \lambda \leq 0.847) \text{ mm}$$

Quesito n. 3.

Le oscillazioni radiali della puntina hanno un'ampiezza A al massimo dell'ordine di $d/3 = 28.6 \mu\text{m}$ e per la nota La_4 la frequenza è $f = 440 \text{ Hz}$. L'accelerazione massima nell'oscillazione è quindi dell'ordine di

$$a \approx (2\pi f)^2 A = 4\pi^2 f^2 \frac{d}{3} \approx 218.59 \text{ m s}^{-2} \approx 22.3 g$$

$$\text{RISPOSTE VALIDE} \Rightarrow (21.4 \leq a \leq 23.2) g$$

Materiale elaborato dal Gruppo



PROGETTO OLIFIS
Segreteria dei Campionati Italiani di Fisica
 E-mail: segreteria@olifis.it - WEB: www.olifis.it



NOTA BENE:

È possibile utilizzare, riprodurre, distribuire,
 comunicare al pubblico questo materiale
 alle due seguenti condizioni:
 citare la fonte;
 non usare il materiale, nemmeno parzialmente, per fini commerciali.