OLIMPIADI DI FISICA 2003

14 Febbraio 2003

Gara di 2° Livello – SOLUZIONE dei QUESITI

Quesito n.1

Il riempimento dei palloncini consiste nel trasferimento di gas dalla bombola agli stessi; il procedimento cessa quando la pressione nella bombola scende al livello di quella nei palloncini. La temperatura finale è uguale a quella iniziale e la quantit 'a di gas presente inizialmente nella bombola alla fine si trova distribuita nei palloncini e – in piccola parte – nella bombola stessa. Perciò l'equazione di stato permette di scrivere

$$p_0 V_0 = p' V' \quad \Rightarrow \quad V' = \frac{p_0 V_0}{p'} \,,$$

dove p_0 e V_0 sono rispettivamente la pressione iniziale, il volume della bombola e p' la pressione finale nei palloncini. Il volume V' occupato dal gas al termine della trasformazione è uguale alla somma del volume della bombola (dove rimane del residuo di gas) e del volume di n palloncini ognuno pari a $4/3\pi r^3$

$$V' = V_0 + n\frac{4}{3}\pi r^3 \,.$$

In conclusione

$$n = \frac{3(p_0 - p')V_0}{p' 4\pi r^3} \approx 167 \quad \text{palloncini.}$$

lla bombola; la temperatura finale del gas è ancora quella ambiente.

nte applicare l'equazione di stato, che permette di scrivere ...

Quesito n.2

La pallina, in caduta libera e trascurando la resistenza dell'aria, si muove sotto l'azione della sola forza di gravità. Il moto è uniformemente accelerato. Si ha, con $t = 1\,\mathrm{s}$,

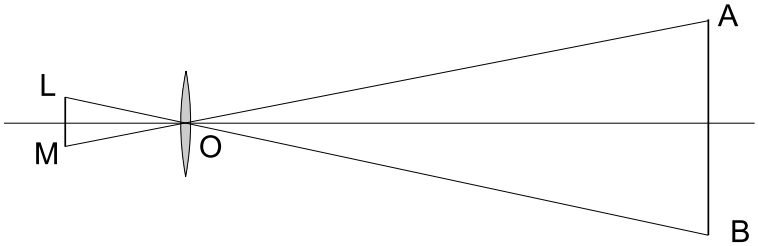
$$\begin{cases} y = v_0 t + \dfrac{1}{2} g t^2 \\ 3y = v_0 (2t) + \dfrac{1}{2} g (2t)^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad v_0 = \frac{1}{2} g t = 4.9\,\mathrm{m/s} \,.$$

Quesito n.3

All'equilibrio il peso mg della gocciolina è equilibrato dalla forza elettrica $qE = qV/d$, dove V è la ddp fra le armature e d la loro distanza. Dopo l'irraggiamento, nella nuova situazione di equilibrio con il potenziale V', sarà $Vq = V'q'$ per cui $q' = 2q = 12e$.

Quesito n.4

Nella figura seguente il segmento AB rappresenta il rinoceronte, LM la sua immagine sulla pellicola e O il centro della lente. I punti A-O-M sono allineati fra loro essendo su uno stesso raggio centrale, e così pure i punti B-O-L. Inoltre, poiché il rinoceronte si mostra di fianco, AB è parallelo a LM.



Quindi i triangoli AOB e MOL sono simili. Poiché il rinoceronte si trova a distanza molto maggiore della distanza focale dell'obiettivo, si può trattare l'obiettivo come focalizzato all'infinito e quindi la distanza fra O e la pellicola è pari alla distanza focale. Quindi possiamo scrivere la proporzione $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{LM}} = 70\mathrm{m} : 240\mathrm{mm}$, per cui la lunghezza del rinoceronte risulta $\overline{AB} = 3.5\,\mathrm{m}$.

Senza fare l'approssimazione $70\,\mathrm{m} \gg 240$ mm, si può trovare la distanza obiettivo-pellicola usando la formula dei punti coniugati, da cui essa risulta 240.8 mm, con un risultato finale identico nei limiti di accuratezza dei dati.

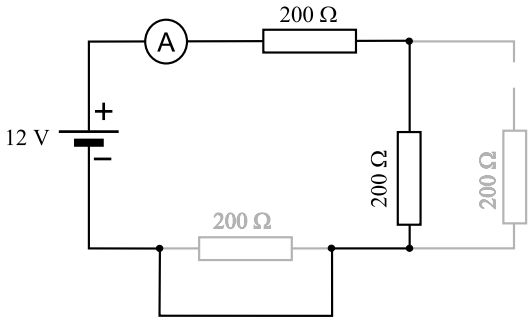
Quesito n.5

Dall'equazione $xa/\lambda d = k$ (dove x è la posizione lungo il piano di osservazione a partire dal massimo centrale, a la separazione fra le fenditure, λ la lunghezza d'onda, d la distanza del piano di osservazione dalle fenditure e k è un intero), per la distanza x fra due massimi consecutivi si ha $k = 1$ e quindi si ottiene $a = \lambda d/x = 50$ cm.

Quesito n.6

Nel circuito i diodi D_1 e D_3 sono collegati in modo diretto e, avendo resistenza trascurabile, possono essere sostituiti da un cortocircuito; il diodo D_2 è collegato in modo inverso e quindi impedisce il passaggio di corrente nel proprio ramo.

Il circuito equivalente è perciò il seguente, dove in grigio sono stati indicati gli elementi ininfluenti per il calcolo della corrente. Questa potrà essere calcolata considerando la batteria chiusa sulla serie di due resistenze.



L'intensità indicata dall'amperometro sarà allora

$$I = \frac{V}{2R} = 30\,\mathrm{mA}.$$

Quesito n.7

Nella situazione del problema tutte le forze esterne al sistema dei due carrelli sono verticali e il moto è orizzontale. Si ha quindi conservazione della quantità di moto; il fatto che il moto é rettilineo permette di scrivere la conservazione della quantità di moto per mezzo delle componenti:

$$p_1 + p_2 = p_1' + p_2'.$$

Tenendo conto dei dati in figura,

$$p_2' = p_1 + p_2 - p_1' = (+16 - 5 - 3)\,\mathrm{kg\ m\,s^{-1}} = 8\,\mathrm{kg\ m\,s^{-1}}.$$

L'energia cinetica di ciascun carrello può essere scritta $E = p^2/2m$, perciò si avrà conservazione, tenendo conto che le masse sono uguali, se

$$p_1^2 + p_2^2 = {p_1'}^2 + {p_2'}^2.$$

Sostituendo i valori,

$$p_1^2 + p_2^2 = 281\,\mathrm{kg^2m^2s^{-2}}$$
$${p_1'}^2 + {p_2'}^2 = 73\,\mathrm{kg^2m^2s^{-2}}.$$

L'urto non è stato elastico ed è andata perduta una quantità di energia cinetica pari al 74% di quella iniziale.

Quesito n.8

I due corpi che compongono il sistema si muovono con accelerazione uguale in modulo(*). Il moto del pesetto lungo la verticale è determinato risolvendo l'equazione $ma_1 = mg - T$, dove T è la tensione del filo; quello del carrello è determinato dall'equazione $Ma_1 = T$. Dalle due, eliminando T, otteniamo

$$a_1 = g\frac{m}{m+M}$$

Se cambiamo la massa del pesetto da m a $2m$ e calcoliamo la nuova accelerazione, otteniamo

$$a_2 = g\,\frac{2m}{2m+M}$$

e, per il rapporto,

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{2(m+M)}{2m+M} = 1.67.$$

(*) Chiaramente non è possibile dire altrettanto per l'accelerazione in termini vettoriali perché i due oggetti si muovono in direzioni ortogonali fra loro.

Quesito n.9

L'energia cinetica che l'automobile possiede nel momento in cui inizia a frenare viene dissipata a causa dell'attrito dei freni. Con la schematizzazione proposta si ha

$$\frac{1}{2}m\,v^2 = F\,d$$

dove m è la massa dell'automobile, v è la sua velocità iniziale, F la forza frenante e d lo spazio di frenata.

Nel caso della frenata in discesa, si deve tener conto anche della variazione dell'energia potenziale dell'automobile. In questo caso si ha

$$\frac{1}{2}m\,v^2 + m\,g\,h = F\,d'$$

dove d' indica la distanza di frenata da trovare ed F è la stessa del caso precedente.

I valori di h e di d' sono legati dalla relazione $h = d'\,\mathrm{sen}\,\alpha$ dove α è l'angolo che la strada forma con l'orizzontale. Tenendo di conto che la pendenza è uguale a $\tan\alpha$, si ottiene

$$h = 0.0995\,d' \approx d'/10$$

Eliminando F tra le due equazioni precedenti si ricava d'

$$\frac{1}{2}m\,v^2 + m\,g\,\frac{d'}{10} = \frac{1}{2}m\,v^2\frac{d'}{d}$$

$$5v^2\,d + g\,d\,d' = 5v^2\,d'$$

$$d' = \frac{5v^2\,d}{5v^2 - g\,d} = 59\,\mathrm{m}$$

Quesito n.10

I gas nei due bulbi subiscono trasformazioni isocore per cui la differenza di pressione Δp è direttamente proporzionale alla differenza di temperatura fra i due bulbi. Inoltre, per la legge di Stevino, la differenza di pressione è pure direttamente proporzionale al dislivello del mercurio. Perciò la differenza di temperatura ΔT è direttamente proporzionale al dislivello h del mercurio.

Nella situazione di partenza, la differenza di temperatura è di 90 K e il dislivello è $h_0 = 100\,\mathrm{mm}$. Nella seconda situazione, con dislivello $h = 40\,\mathrm{mm}$, la differenza di temperatura è

$$\Delta T' = \frac{h}{h_0}\,\Delta T = 36\,\mathrm{K}$$

La temperatura dell'acqua è $T = T_\mathrm{o} + \Delta T' = 319\,\mathrm{K}$, dato che $T_\mathrm{o} = 283\,\mathrm{K}$.

OLIMPIADI DI FISICA 2003

14 Febbraio 2003

Gara di 2° Livello – SOLUZIONE dei PROBLEMI

PROBLEMA n. 1 – Satellite SOHO

Quesito n. 1.

La risultante sulla sonda SOHO della forza di attrazione terrestre con quella solare fornisce la forza centripeta necessaria a mantenerla in orbita

$$m\omega^2(d-x) = \frac{GM_{\text{Sole}}m}{(d-x)^2} - \frac{GM_{\text{Terra}}m}{x^2}\,,$$

avendo indicato rispettivamente con x la distanza della sonda dalla Terra, con d la distanza della Terra dal Sole, con m la massa di SOHO.

Poiché la sonda è costantemente posizionata sulla linea che congiunge la Terra al Sole, il suo periodo di rivoluzione è pari ad un anno terrestre, ossia ricordando la terza legge di Keplero

$$\omega^2 = GM_{\text{Sole}}/d^3\,.$$

Si ha quindi

$$\frac{GM_{\text{Sole}}(d-x)}{d^3} = \frac{GM_{\text{Sole}}}{(d-x)^2} - \frac{GM_{\text{Terra}}}{x^2}\,;$$

Ponendo $\alpha = M_{\text{Terra}}/M_{\text{Sole}} = 3.00 \times 10^{-6}$ e $t = x/d$, l'espressione precedente diventa

$$\frac{d-x}{d^3} = \frac{1}{(d-x)^2} - \frac{\alpha}{x^2} \quad \Rightarrow \quad 1-t = \frac{1}{(1-t)^2} - \frac{\alpha}{t^2}\,.$$

Poiché $t \ll 1$, come si può controllare a posteriori nel risultato finale, in base al suggerimento fornito nel testo si ha

$$\frac{1}{(1-t)^2} \approx 1 + 2t$$

e l'equazione diventa

$$1 - t = 1 + 2t - \frac{\alpha}{t^2} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt[3]{\frac{\alpha}{3}} = 0.01\,.$$

Si ottiene infine

$$x = td = 1.496 \times 10^9\,\text{m}\,.$$

Commento alla soluzione

L'equazione delle forze in realtà andrebbe riferita a un sistema inerziale e quindi al centro di massa del sistema Sole-Terra e non al sistema eliocentrico assunto nella soluzione proposta; nella terza legge di Keplero il prodotto $\omega^2 d^3$ è uguale a $G(M_{\text{Sole}} + M_{\text{Terra}})$. Tuttavia, dato il valore del rapporto delle masse ($\alpha \approx 10^{-6}$), la soluzione data è sostanzialmente corretta per la Terra, mentre non lo sarebbe per Giove: il baricentro del sistema Sole-Giove è ap pena al di sotto della superficie solare. È stata inoltre trascurata la complicazione dovuta alla presenza della Luna la cui massa non è trascurabile rispetto a quella della Terra.

PROBLEMA n. 2 – Prisma

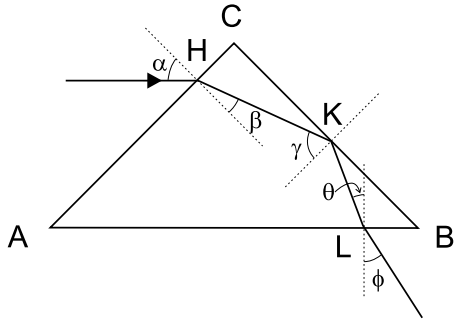
Quesito n. 1.

Chiamato α l'angolo di incidenza del raggio sulla faccia AC, questo prosegue nel prisma formando un angolo di rifrazione β dato dalla legge di Snell

$$\beta = \text{arcsen}\left(\frac{\text{sen}\,\alpha}{n}\right) = \text{arcsen}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{1.5}\right) = 28.1^\circ$$

Quesito n. 2.

Dopo la rifrazione sulla faccia AC e dato che l'angolo in C è retto, si può dire che il raggio colpirà la faccia BC o quella AB a seconda che risulti rispettivamente $\overline{HC} < \overline{BC}\tan\beta$ oppure $\overline{HC} > \overline{BC}\tan\beta$.



Perciò dovrà essere $x = \overline{HC} < \overline{BC}\tan\beta = 26.7\,\text{mm}$ oppure $26.7\,\text{mm} < x < 50\,\text{mm}$. Se siamo nel primo caso (incidenza interna del raggio sulla faccia BC, nel punto K) possiamo calcolare l'angolo di incidenza γ; risulta

$$\gamma = 90^\circ - \beta = 61.9^\circ$$

Dato il valore dell'indice di rifrazione ($n = 1.5$) l'angolo limite risulta $\gamma_{\text{lim}} = \text{arcsen}(1/n) = 41.8^\circ$.

Ne consegue che il raggio non esce dalla faccia BC ma viene totalmente riflesso verso la AB, sulla quale incide nel punto L con un angolo θ ottenuto analizzando gli angoli interni del triangolo KBL

$$\theta = (180^\circ - \beta - 45^\circ) - 90^\circ = 45^\circ - \beta = 16.9^\circ$$

Il raggio questa volta può uscire dal prisma formando con la normale ad AB un angolo ϕ dato da

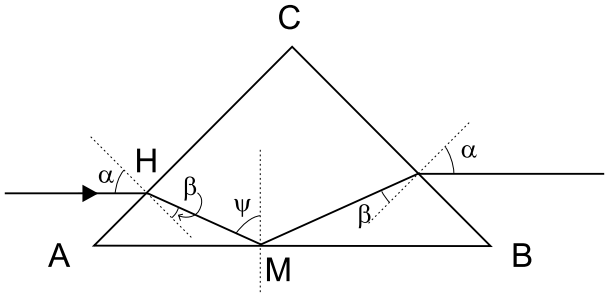
$$\phi = \text{arcsen}(1.5\ \text{sen}\,\theta) = 25.8^\circ$$

E così la deviazione rispetto alla direzione iniziale sarà $\delta = 90^\circ - \phi = 64.2^\circ$

Quesito n. 3.

Se siamo nel secondo caso, dopo aver chiamato M il punto di incidenza del raggio sulla faccia AB, da considerazioni relative agli angoli interni al triangolo AHM, osserviamo che l'angolo di incidenza è uguale a ψ, ancora superiore all'angolo limite

$$\psi = 90^\circ - [180^\circ - 45^\circ - (90^\circ + \beta)] = 45^\circ + \beta = 73.1^\circ$$



Dopo la riflessione totale il raggio prosegue verso la faccia BC. Visto che il prisma è isoscele, per evidenti ragioni di simmetria l'angolo di incidenza sarà uguale a β e quindi quello di uscita uguale ad α. Dunque non ci sarà deviazione angolare rispetto alla direzione iniziale.

PROBLEMA n. 3 – Miscuglio di gas

Quesito n. 1.

Numero di atomi e velocità quadratiche medie

Dall'equazione di stato, sapendo che il numero di moli è dato da $n = N/N_\mathrm{A}$, dove N è il numero di atomi cercato ed N_A è il numero di Avogadro, si ha

$$pV = NkT$$

con $k = R/N_\mathrm{A}$ costante di Boltzman. Risolvendo in N, si trova, per l'elio

$$N_\mathrm{He} = \frac{p_\mathrm{He}\,V_\mathrm{He}}{kT_\mathrm{He}} = 2,44 \times 10^{22}$$

per il neon

$$N_\mathrm{Ne} = \frac{p_\mathrm{Ne}\,V_\mathrm{Ne}}{kT_\mathrm{Ne}} = 1.47 \times 10^{22}$$

L'energia cinetica delle molecole di gas, essendo essi monoatomici, coincide con l'energia traslazionale. Dunque

$$E = \frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}m\,\bar{v^2} \quad \Rightarrow \quad 3RT = N_\mathrm{A}\,m\,\bar{v^2} = M\,\bar{v^2}$$

dove M è la massa molare della sostanza. Quindi

$$v_\mathrm{qm} = \sqrt{\bar{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

per cui si trova, per l'elio, $v_\mathrm{qm} = 1.37 \times 10^3\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ e per il neon $v_\mathrm{qm} = 0.786 \times 10^3\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Quesito n. 2.

Temperatura del miscuglio

Il volume del miscuglio è il doppio di quello di ciascun gas. Ciascun gas esercita una pressione parziale che è la metà di quella di partenza. Quindi, in totale, la pressione del miscuglio, è sempre quella atmosferica.

Dall'equazione di stato, si ha $T = \dfrac{pV}{Nk}$ con $N = N_\mathrm{He} + N_\mathrm{Ne} = 3.91 \times 10^{22}$ atomi di gas. La temperatura del miscuglio risulta essere di 375 K.

Quesito n. 3.

Variazione dell'energia interna

La variazione totale di energia interna è la somma della variazione di energia interna di ciascuna specie gassosa.

$$\Delta U = \Delta U_\mathrm{He} + \Delta U_\mathrm{Ne}$$

$$\Delta U_\mathrm{He} = n_\mathrm{He} C_\mathrm{V} \Delta T_\mathrm{He} = \frac{3}{2}k\,N_\mathrm{He}\,\Delta T_\mathrm{He} = 38\,\mathrm{J}$$

$$\Delta U_\mathrm{Ne} = \frac{3}{2}k\,N_\mathrm{Ne}\,\Delta T_\mathrm{Ne} = -38\,\mathrm{J}$$

Quindi $\Delta U = 0$.

Alternativa

Allo stesso risultato si poteva pervenire considerando che, dopo la rimozione del diaframma, la diffusione dei due gas l'uno nell'altro avviene senza alcun apporto di energia dall'esterno perché il volume del recipiente rimane invariato (quindi la voro esterno nullo) e le pareti sono isolanti (quindi scambio di calore nullo). L'energia interna del sistema non può quindi cambiare.

PROBLEMA n. 4 – Moto di cariche in un campo magnetico

1. Moto delle particelle nel campo $\vec{B}$

Su una particella di massa m e carica q in moto con velocità $\vec{v}$ in un campo magnetico $\vec{B}$ agisce la forza $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$. La particella esegue un moto circolare uniforme di raggio R per cui vale la relazione

$$\frac{m\,v^2}{R} = q\,v\,B$$

dove q, v, B rappresentano i moduli delle grandezze. Per le particelle accelerate, da ferme, da un potenziale V, si ha

$$\frac{1}{2}\,m\,v^2 = qV$$

Eliminando v dalle due equazioni precedenti, si ricava

$$\frac{m}{R}\sqrt{\frac{2qV}{m}} = q\,B \quad \Rightarrow \quad \frac{q}{m} = \frac{2V}{B^2\,R^2}$$

2. Misura del raggio delle traiettorie

Il raggio delle traiettorie si ricava misurandolo direttamente dalle traiettorie allegate, ricordando che il centro di un arco di circonferenza è l'intersezione degli assi di due corde.

La figura nella pagina seguente mostra un modo in cui questo può essere fatto.
I valori misurati dipendono dai fattori di scala legati all'ingrandimento delle riproduzioni, ma, conoscendo il valore di q/m, per una delle tre particelle, si può ricavare quello delle altre utilizzando il rapporto fra i raggi delle traiettorie.

I raggi di curvatura delle traiettorie della particella 2 e 1 stanno in rapporto 1,47. La traiettoria della particella 3, invece, ha – entro gli errori – lo stesso raggio di curvatura della 1.

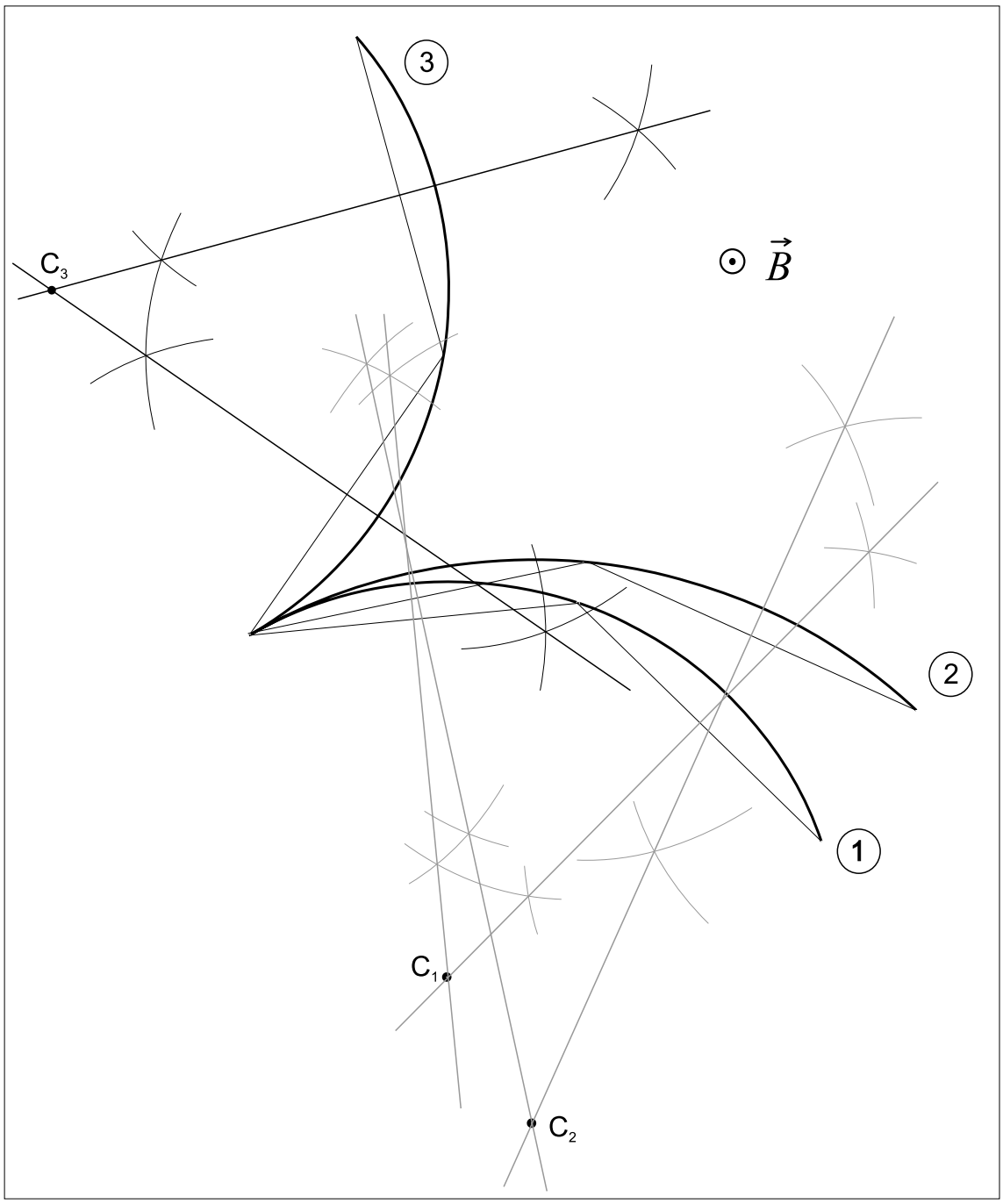
3. Rapporto q/m e segno delle cariche elettriche

Il rapporto q/m è inversamente proporzionale al quadrato del raggio di curvatura della traiettoria, si trova

$$\frac{q}{m} = \left(\frac{R_1}{R}\right)^2 \frac{q_1}{m_1}$$

In conclusione, per la particella 2 si ha $(q/m) = 4,43 \times 10^7\,\mathrm{C\,kg^{-1}}$. Per la particella 3 si ha $(q/m) = 9,58 \times 10^7\,\mathrm{C\,kg^{-1}}$.

Tenendo conto del verso di percorrenza della traiettoria, la particella 2 è carica positivamente e la particella 3 negativamente.



PROGETTO OLIMPIADI

Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica

presso Liceo Scientifico "U. Morin"

VENEZIA MESTRE

fax: 041.584.1272

e-mail: olifis@libero.it

OLIMPIADI DI FISICA 2003

14 Febbraio 2003

Gara di 2° Livello – GRIGLIE DI VALUTAZIONE

⇒ Materiale riservato alla Commissione ⇐

PROBLEMA 1 – Satellite SOHO

GRIGLIA DI VALUTAZIONE :		Totale Punti 20
1	*Distanza di SOHO dalla Terra*	**20**
1.1	Riconosce le forze che agiscono su SOHO	2
1.2	Risultante delle forze di gravitazione su SOHO	5
1.3	Periodo di rivoluzione di SOHO uguale a quello terrestre	2
1.4	Determinazione di ω	2
1.5	Semplificazioni formali introdotte nell'espressione algebrica	1
1.6	Approssimazione dell'espressione algebrica per piccoli valori della variabile	4
1.7	Espressione algebrica del risultato finale	2
1.8	Valore numerico corretto	2

PROBLEMA 2 – Prisma

GRIGLIA DI VALUTAZIONE :		Totale Punti 14
1	*Rifrazione sulla faccia AC*	**1**
1	Espressione corretta e valore dell'angolo di rifrazione nel punto H	1
2	*Uscita dalla faccia AB*	**8**
2.1	Condizione corretta per l'incidenza sulla faccia BC	1
2.2	Espressione corretta dell'angolo di incidenza su BC	1
2.3	Calcolo dell'angolo limite e riconoscimento della riflessione totale sulla faccia BC	2
2.4	Espressione corretta dell'angolo di incidenza su AB e dell'angolo di rifrazione in uscita	1
2.5	Espressione corretta della deviazione angolare	1
2.6	Disegno corretto	2
3	*Uscita dalla faccia BC*	**5**
3.1	Condizione corretta per l'incidenza sulla faccia BC	1
3.2	Espressione corretta dell'angolo di incidenza e riconoscimento della riflessione totale su AB	1
3.3	Riconoscimento corretto dei valori di incidenza e rifrazione su BC	1
3.4	Riconoscimento che la deviazione angolare risulta nulla	1
3.5	Disegno corretto	1

⇒ Materiale riservato alla Commissione ⇐

PROBLEMA 3 – Miscuglio di gas

GRIGLIA DI VALUTAZIONE :		Totale Punti 14
1	*Numero di atomi e velocità quadratiche medie*	**6**
1.1	Equazione di stato in funzione di N	2
1.2	Calcolo del numero di atomi	1
1.3	Espressione della velocità quadratica media	2
1.4	Valore delle velocità quadratiche medie	1
2	*Temperatura del miscuglio*	**5**
2.1	Pressioni parziali e pressione del miscuglio di gas	3
2.2	Numero totale di atomi nell'equazione di stato	1
2.3	Valore numerico della temperatura	1
3	*Variazione dell'energia interna*	**3**
3.1	Motivazione corretta	2
3.2	Valore numerico	1

⇒ Materiale riservato alla Commissione ⇐

PROBLEMA 4 – Moto di cariche in un campo magnetico

GRIGLIA DI VALUTAZIONE :		Totale Punti 12
1	*Moto delle particelle nel campo $\vec{B}$*	**4**
1.1	Equazione del moto	1
1.2	Bilancio energetico	1
1.3	Espressione del rapporto q/m	2
2	*Misura del raggio delle traiettorie*	**4**
2.1	Centro delle traiettorie	2
2.2	Misura del raggio di curvatura	2
3	*Rapporto q/m e segno delle cariche*	**4**
3.1	Espressione di q/m in funzione del rapporto dei raggi delle traiettorie	2
3.2	Valore del rapporto carica massa per le particelle	1
3.3	Segno delle cariche	1