

OLIMPIADI DI FISICA 2009

11 Febbraio 2009

Gara di 2° Livello – SOLUZIONE dei QUESITI

Quesito n.1

Basta calcolare il rapporto fra l'accelerazione centrifuga e l'accelerazione di gravità dato che le due forze sono direttamente proporzionali alle due accelerazioni.

$$\frac{a_c}{g} = \frac{\omega^2 R}{g} = 5.43 \times 10^3$$

Quesito n.2

Il potenziale della sfera A isolata dipende dalla carica (Q_A) ed è dato da

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_A}{R_1} \quad \text{da cui si ricava} \quad Q_A = 4\pi\epsilon_0 R_1 V = 0.2 \mu\text{C}$$

Se il guscio sferico è pure conduttore e in equilibrio elettrostatico allora in ogni suo punto interno il campo elettrico \vec{E} deve essere nullo e di conseguenza è nullo il suo flusso calcolato su una qualsiasi superficie chiusa contenuta nel guscio sferico.

Per la Legge di Gauss, ciò implica che la carica elettrica totale contenuta entro tale superficie chiusa è nulla. Pertanto se Q_A è la carica presente sulla sfera A, allora una carica $-Q_A$ viene indotta nella superficie interna del guscio sferico e, per la conservazione della carica elettrica, una carica $+Q_A$ viene indotta sulla superficie esterna del guscio sferico.

La carica totale presente sulla superficie esterna sarà quindi $2Q_A = 0.4 \mu\text{C}$.

Quesito n.3

La potenza elettrica erogata dal pannello – pari a quella dissipata dalla lampadina, dato che gli strumenti si possono considerare ideali – è $P = V I$.

Con la finestra chiusa tale potenza vale

$$P_c = 15.5 \text{ V} \times 1.02 \text{ A} = 15.81 \text{ W}.$$

Con la finestra aperta

$$P_a = 30.0 \text{ V} \times 1.41 \text{ A} = 42.3 \text{ W}.$$

La variazione percentuale della potenza elettrica erogata dal pannello risulta allora

$$\frac{P_a - P_c}{P_c} = 1.68 \equiv 168 \%.$$

Quesito n.4

I due dischi sono identici quindi hanno lo stesso momento di inerzia I rispetto all'asse verticale. Il disco posto più in basso ha momento angolare $J_1 = I\omega$, mentre l'altro ha, inizialmente, momento angolare $J_2 = 0$.

Nella collisione il momento angolare totale J' del sistema si conserva dato che sui dischi non agiscono momenti dovuti a forze esterne; esso vale $J' = 2I\omega' = I\omega$ da cui $\omega' = \omega/2$.

L'energia cinetica di rotazione del sistema E' varrà dunque

$$E' = \frac{1}{2}2I\omega'^2 = \frac{1}{2}E$$

Quesito n.5

I gas danno risultati convergenti a $T_0 = -273^\circ\text{C}$ alla quale la pressione residua nel termometro sarebbe nulla, per estrapolazione. I punti che definiscono la scala termometrica sono, dunque, $p_0 = 0\text{ kPa}$ per $T_0 = -273^\circ\text{C}$, $p_1 = 30.2\text{ kPa}$ per $T_1 = 100^\circ\text{C}$.

$$\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} \quad \text{da cui, per } p_0 = 0, \text{ si ricava } T = T_0 + \frac{p}{p_1}(T_1 - T_0) = -7^\circ\text{C}.$$

NOTA: La temperatura $T_0 = -273^\circ\text{C}$ può essere ottenuta dal grafico riportato nel testo ottenendo un valore compreso tra -270 e -275°C ; di conseguenza per la temperatura del miscuglio di acqua e ghiaccio valori compresi tra -5 e -9°C sono ugualmente accettabili.

Quesito n.6

L'asta è soggetta a 3 forze: la forza peso mg applicata al suo centro e rivolta in basso, e le forze di tensione delle due funi, rispettivamente T_1 e T_2 applicate nei punti indicati nel testo e in figura. Dall'equilibrio dei momenti delle forze, calcolati rispetto all'estremità sinistra dell'asta, si ha

$$T_2 \frac{3\ell}{4} = mg \frac{\ell}{2} \quad \text{da cui} \quad T_2 = \frac{2}{3}mg.$$

Quesito n.7

Poichè tra l'ingresso e l'uscita del laminatoio la quantità di acciaio presente è costante, il flusso di materiale in ingresso deve essere uguale a quello in uscita; dette s_0 ed s_1 le rispettive sezioni e indicando con $\ell_0 = v_0 \Delta t$ ed $\ell_1 = v_1 \Delta t$ le lunghezze percorse nello stesso tempo dovrà essere

$$s_0 \ell_0 = s_1 \ell_1 \quad \Rightarrow \quad s_0 v_0 = s_1 v_1 \quad \Rightarrow \quad v_1 = v_0 \frac{s_0}{s_1}$$

Essendo poi $s_0 = (0.3\text{ m})^2 = 0.09\text{ m}^2$ ed $s_1 = (1.5\text{ m})(0.001\text{ m}) = 0.0015\text{ m}^2$ risulta

$$v_1 = 12\text{ m s}^{-1} \approx 43\text{ km/h}$$

Quesito n.8

Indicando con N_A il numero di Avogadro (pari al rapporto tra numero di molecole N e la quantità di sostanza n espressa in moli), dall'equazione di stato dei gas perfetti

$$pV = nRT \quad \text{ovvero} \quad \frac{n}{V} = \frac{p}{RT} \quad \text{si ottiene} \quad \frac{N}{V} = \frac{n}{V} N_A = \frac{p}{RT} N_A = 2.4 \times 10^{12} \text{ molecole m}^{-3}$$

In alternativa, stante la relazione $R = N_A k$, essendo k la costante di Boltzmann, l'equazione di stato dei gas perfetti si può scrivere come

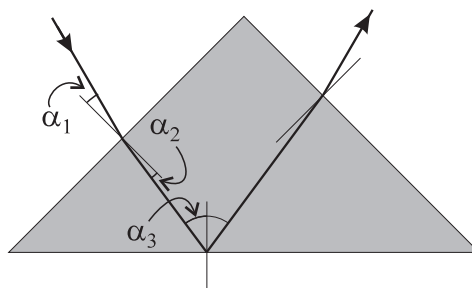
$$pV = NkT \quad \text{da cui si trova subito} \quad \frac{N}{V} = \frac{p}{kT} = 2.4 \times 10^{12} \text{ molecole m}^{-3}$$

Quesito n.9

In situazione di risonanza l'estremità chiusa della canna dell'organo deve essere sede di un nodo mentre quella aperta deve essere sede di un ventre; detta L la lunghezza della canna d'organo e λ_k la lunghezza d'onda del suono, si deve avere $L = \lambda_0/4 = 3\lambda_1/4 = 5\lambda_2/4$, ecc. (in generale $L = (2k + 1)\lambda_k/4$).

Si ha quindi, utilizzando la frequenza fondamentale,

$$L = \frac{\lambda_0}{4} = \frac{1}{4} \frac{v}{\nu_0} = 1.7 \text{ m}$$

Quesito n.10

Indichiamo con α_1 l'angolo di incidenza sulla prima faccia e con α_2 l'angolo di rifrazione nel vetro. Dalla legge di Snell applicata alla prima rifrazione abbiamo:

$$\sin \alpha_2 = \frac{\sin \alpha_1}{n} = 0.1479 \quad \Rightarrow \quad \alpha_2 = 8.5^\circ$$

Indicando con α_3 l'angolo di incidenza sulla seconda faccia, abbiamo, dalla geometria (si veda la figura):

$$\alpha_3 = 45^\circ - \alpha_2 = 36.5^\circ$$

A questo punto occorre considerare che il passaggio da vetro ad aria si ha solo se l'angolo di incidenza non supera l'angolo *limite*

$$\alpha_{\text{lim}} = \arcsin \frac{1}{n} = 34.8^\circ.$$

Nel nostro caso $\alpha_3 > \alpha_{\text{lim}}$ e quindi il raggio viene completamente riflesso. L'angolo di incidenza sulla terza faccia risulta, per simmetria, ancora α_2 e quindi l'angolo con cui emerge il raggio è $\alpha_1 = 15^\circ$.

Materiale prodotto dal gruppo

	<p>PROGETTO OLIMPIADI Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica presso Liceo Scientifico "U. Morin", MESTRE (VE) fax: 041.584.1272 e-mail: olifis@libero.it</p>
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

OLIMPIADI DI FISICA 2009

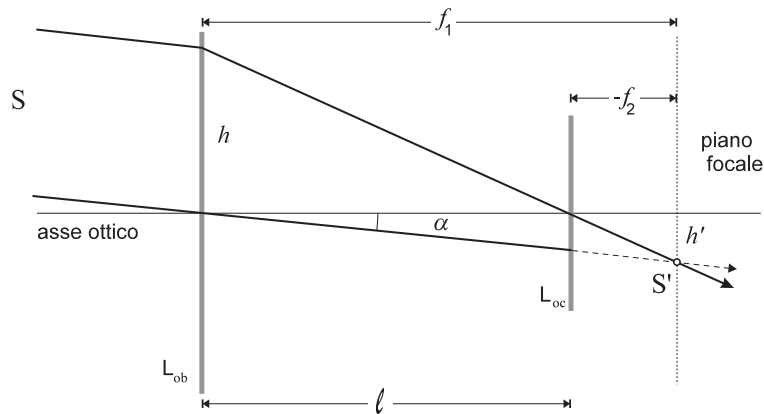
11 Febbraio 2009

Gara di 2° Livello – SOLUZIONE dei PROBLEMI

PROBLEMA n.1 – Galileo e il cannocchiale

Quesito n. 1.

Come ricordato nel testo, il sistema si dice *afocale* quando la distanza tra le due lenti è $\ell = f_1 + f_2$, cioè quando i piani focali delle due lenti coincidono. La disposizione è quella mostrata in figura.



Il raggio proveniente dalla stella S che passa per il centro dell'oculare (raggio 1), non viene deflesso da questo e attraversa il piano focale, comune delle due lenti, nel punto S' che rappresenta quindi l'immagine della sorgente S formata dall'obiettivo. Se l'oculare non ci fosse tutti i raggi paralleli provenienti dalla stella S convergerebbero nel punto S'.

Per trovare l'angolo α di inclinazione di questo fascio basterà allora considerare quel particolare raggio (2) che, passando per il centro dell'obiettivo, non viene deflesso da questo.

La distanza dell'immagine S' dall'asse ottico è

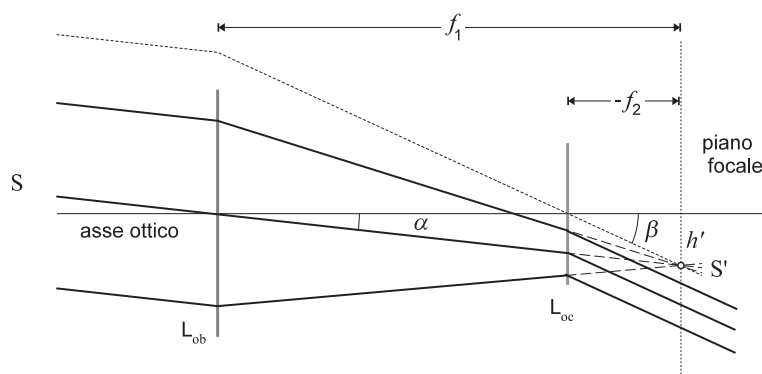
$$h' = \frac{|f_2|}{\ell} h = \frac{-f_2}{f_1 + f_2} h \quad \text{e dunque l'angolo } \alpha \text{ di incidenza è dato da}$$

$$\alpha \approx \frac{h'}{f_1} = \frac{-f_2 h}{(f_1 + f_2) f_1}.$$

Quesito n. 2.

La costruzione completa del fascio che entra inclinato nel cannocchiale è riportata nella figura che segue.

Le rette dei raggi rifratti dall'obiettivo convergono in S' (immagine di S data dall'obiettivo, in assenza dell'oculare); i raggi invece vengono rifratti dall'oculare e formano nuovamente un fascio uscente ancora parallelo, come si può capire immediatamente usando il *principio di reversibilità del cammino ottico*, ovvero immaginando di invertire il verso di propagazione della luce, dato che un fascio parallelo incidente sull'oculare produce un'immagine *virtuale* sul suo piano focale.



Per determinare la direzione corretta, e quindi l'angolo β , basta considerare la direzione della retta che unisce l'immagine S' con il centro dell'oculare, come visto al punto 1.

Si noti infine che questo particolare raggio potrebbe non far parte realmente del fascio, se fosse intercettato dal diaframma di supporto dell'obiettivo.

Quesito n. 3.

La distanza h' , già introdotta al punto 1, è legata all'angolo β dalla relazione

$$h' = \beta |f_2| = -\beta f_2$$

e dunque si può scrivere

$$h' = \alpha f_1 = -\beta f_2 \quad \Rightarrow \quad G = \frac{\beta}{\alpha} = -\frac{f_1}{f_2}$$

Quesito n. 4.

Orientando l'asse ottico del cannocchiale su un punto del bordo di un cratere lunare, e considerando un secondo punto del bordo diametralmente opposto al primo, questo secondo punto è una sorgente fuori asse ad un angolo α dal primo. Attraverso il cannocchiale il primo viene visto nella stessa direzione (quella dell'asse ottico) mentre il secondo appare più distante dal primo, ad un angolo $\beta > \alpha$.

Con i dati del cannocchiale di Galileo il rapporto tra gli angoli di uscita e ingresso è:

$$G = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{f_1}{|f_2|} \approx 20.$$

Dunque il cratere appare 20 volte più grande, come se fosse 20 volte più vicino, a soli ... 19 000 km!

Infatti, detto d il diametro del cratere lunare, D la distanza della Luna e D' la distanza apparente attraverso il cannocchiale, in approssimazione di angoli piccoli si può porre

$$\frac{d}{D} \approx \alpha \quad \text{e} \quad \frac{d}{D'} \approx \beta = 20\alpha \approx 20 \frac{d}{D} \quad \Rightarrow \quad D' = \frac{D}{20}$$

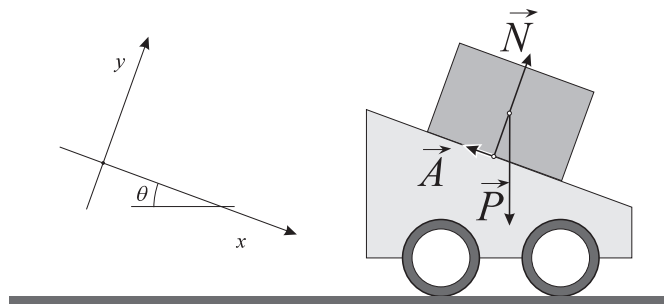
Un'interessante descrizione – particolareggiata e corredata di animazioni – del cannocchiale di Galileo può essere “esplorata” nel sito dell'Istituto Museo di Storia della Scienza di Firenze, che da quest'anno prenderà il nome Museo Galileo Galilei, alla pagina

<http://brunelleschi.imss.fi.it/esplora/cannocchiale/index.html>

PROBLEMA n. 2 – Un carrello con piano inclinato

Quesito n. 1.

Le forze che agiscono sul blocco sono tre: il peso, la forza normale e l'attrito. Vogliamo determinare il modulo dell'attrito statico necessario ad impedire al blocco di scivolare: supporremo quindi che il blocco non scivoli. Ne segue che l'accelerazione del blocco è la stessa del carrellino.



La seconda legge della dinamica si scrive:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{A} = m \vec{a} \quad (1)$$

dove l'accelerazione \vec{a} del blocco è la stessa del carrellino.

Scegliamo un sistema di riferimento cartesiano con l'asse x parallelo al piano inclinato e l'asse y ortogonale ad esso. In questo sistema i vettori che compaiono nella (1) hanno rispettivamente componenti

$$\vec{P} = (mg \sin \theta; -mg \cos \theta) \quad \vec{N} = (0; N) \quad \vec{A} = (A; 0) \quad \vec{a} = (a \cos \theta; a \sin \theta)$$

Notare che il segno di A non è noto a priori; per esempio la situazione di figura corrisponde ad un valore di A negativo.

La (1) si scompone allora nelle seguenti equazioni

$$\begin{cases} mg \sin \theta + A = ma \cos \theta \\ -mg \cos \theta + N = ma \sin \theta \end{cases} \quad (2)$$

Dalla prima ricaviamo A :

$$A = m(a \cos \theta - g \sin \theta) = -1.88 \text{ N} \quad (3)$$

Il fatto che il risultato sia negativo indica che il verso dell'attrito è opposto a quello dell'asse x (come in figura). Il modulo è ovviamente 1.88 N.

Quesito n. 2.

Dalla seconda equazione del sistema (2) si ricava il modulo della forza normale:

$$N = m(g \cos \theta + a \sin \theta) = 17.14 \text{ N} \quad (4)$$

Questo consente di determinare la massima intensità della forza d'attrito statico:

$$A_{\max} = \mu_s N = 2.50 \text{ N}$$

Quesito n. 3.

Poiché il modulo dell'attrito necessario per impedire al blocco di scivolare è minore del massimo valore possibile, l'attrito è effettivamente statico e dunque il blocco non scivola. Il valore effettivo del modulo dell'attrito risulta allora proprio 1.88 N.

Nota per i correttori

Se si sceglie un sistema di riferimento con assi orizzontale e verticale, in luogo del sistema (2) – ipotizzando il verso corretto dell'attrito – si ha il seguente

$$\begin{cases} N \sin \theta - A \cos \theta = ma \\ N \cos \theta + A \sin \theta = mg \end{cases} \quad (2')$$

Poiché il determinante della matrice dei coefficienti è uguale ad 1 (in effetti si tratta di una matrice di rotazione) la soluzione – espressa in termini di determinanti – risulta

$$\begin{cases} A = \begin{vmatrix} \sin \theta & ma \\ \cos \theta & mg \end{vmatrix} \\ N = \begin{vmatrix} ma & -\cos \theta \\ mg & \sin \theta \end{vmatrix} \end{cases}$$

in accordo con la (3) e la (4).

————— • —————

PROBLEMA n. 3 – Ruotando un tubo ad U . . .
Quesito n. 1.

Durante il ribaltamento del tubo ad U la temperatura non cambia. Pertanto, indicando con A la sezione del tubo ad U, si ha

$$p_1 \ell_1 A = p'_1 \ell'_1 A \quad \text{e} \quad p_2 \ell_2 A = p'_2 \ell'_2 A \quad \text{da cui} \quad p_1 \ell_1 = p'_1 \ell'_1 \quad \text{e} \quad p_2 \ell_2 = p'_2 \ell'_2$$

e poiché lo spazio occupato dal mercurio non cambia nel ribaltamento ($\ell_1 + \ell_2 = \ell'_1 + \ell'_2 \Rightarrow \ell'_2 = 24 \text{ cm}$) si ha di conseguenza

$$p'_1 = 2p_1 \quad \text{e} \quad p'_2 = \frac{3}{4}p_2$$

Se ρ è la densità del mercurio, considerando la legge di Stevin, si ha rispettivamente nel caso del tubo con le estremità verso l'alto e verso il basso

$$p_2 - p_1 = \rho g(\ell_2 - \ell_1) = 8 \text{ kPa} \quad \text{e} \quad p'_1 - p'_2 = \rho g(\ell'_2 - \ell'_1) = 24 \text{ kPa}$$

Risolvendo nelle incognite p_1 , p'_1 , p_2 e p'_2 il sistema formato dalle quattro precedenti relazioni si ricava infine

$$p_1 = 24 \text{ kPa} \quad p_2 = 32 \text{ kPa} \quad p'_1 = 48 \text{ kPa} \quad p'_2 = 24 \text{ kPa}$$

Quando il tubo è posto orizzontalmente si hanno le seguenti condizioni:

$$p_1 \ell_1 = p''_1 \ell''_1 \quad p_2 \ell_2 = p''_2 \ell''_2 \quad p''_1 = p''_2 \quad \ell''_1 + \ell''_2 = \ell_1 + \ell_2$$

che risolte nelle quattro incognite p''_1 , ℓ''_1 , p''_2 e ℓ''_2 fornisce

$$\ell''_1 = 10 \text{ cm} \quad \ell''_2 = 20 \text{ cm} \quad \text{e} \quad p''_1 = p''_2 = 29 \text{ kPa}$$

Quesito n. 2.

Quando la temperatura aumenta di ΔT si ha:

$$(p_1 + \Delta p_1)(\ell_1 + \Delta \ell_1)A = n_1 R(T + \Delta T)$$

cioè

$$(p_1 \ell_1 + p_1 \Delta \ell_1 + \Delta p_1 \ell_1 + \Delta p_1 \Delta \ell_1)A = n_1 R T + n_1 R \Delta T$$

Considerando che $p_1 \ell_1 A = n_1 R T$ l'espressione precedente si semplifica in

$$(p_1 \Delta \ell_1 + \Delta p_1 \ell_1 + \Delta p_1 \Delta \ell_1)A = n_1 R \Delta T$$

e trascurando alla sinistra del segno di uguaglianza il termine $\Delta p_1 \Delta \ell_1$ perché di secondo ordine rispetto agli altri due, si ha infine

$$(p_1 \Delta \ell_1 + \Delta p_1 \ell_1)A = n_1 R \Delta T$$

Dividendo membro a membro l'espressione precedente per $p_1 \ell_1 A = n_1 R T$ si ottiene

$$\frac{\Delta \ell_1}{\ell_1} + \frac{\Delta p_1}{p_1} = \frac{\Delta T}{T}$$

e analogamente per il gas B

$$\frac{\Delta \ell_2}{\ell_2} + \frac{\Delta p_2}{p_2} = \frac{\Delta T}{T}$$

Sempre applicando la legge di Stevin, si ha:

$$\Delta p_2 - \Delta p_1 = \rho g(\Delta \ell_2 - \Delta \ell_1)$$

e poiché la lunghezza complessiva degli spazi occupati dai due gas non cambia, si ha

$$\Delta \ell_1 + \Delta \ell_2 = 0$$

Risolvendo nelle quattro incognite $\Delta \ell_1, \Delta \ell_2, \Delta p_1, \Delta p_2$ il sistema formato dalle quattro espressioni precedenti si ottengono infine le variazioni di lunghezza:

$$\Delta \ell_2 = \frac{(p_2 - p_1)\Delta T/T}{p_1/\ell_1 + p_2/\ell_2 + 2\rho g} = 0.085 \text{ cm} \quad \text{e} \quad \Delta \ell_1 = -0.085 \text{ cm}.$$

Da queste si potrebbero poi ricavare le lunghezze dei tratti occupati dai gas dopo la rotazione del tubo, ottenendo $\ell_1'' = 11.9 \text{ cm}$ e $\ell_2'' = 18.1 \text{ cm}$.

————— ■ —————

Materiale prodotto dal gruppo

**PROGETTO OLIMPIADI**

Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica

presso Liceo Scientifico "U. Morin"

VENEZIA MESTRE

fax: 041.584.1272

e-mail: olifis@libero.it

OLIMPIADI DI FISICA 2009

11 Febbraio 2009

GRIGLIE di VALUTAZIONE della Gara di 2° Livello

⇒ Materiale riservato alla Commissione ⇐

PROBLEMA 1 – Galileo e il cannocchiale

GRIGLIA DI VALUTAZIONE :		Totale Punti 20
1	<i>Relazione tra inclinazione e posizione di un raggio sull'obiettivo</i>	6
1.a	Corretto diagramma delle lenti rispetto al piano focale comune	2
1.b	Traccia dei due raggi passanti ciascuno per il centro di una lente	2
1.c	Espressione di h' (similitudine dei triangoli)	1
1.d	Espressione finale di $\alpha(h, f_1, f_2)$	1
2	<i>Diagramma del funzionamento del cannocchiale</i>	4
2.a	Fascio obliquo di raggi paralleli incidenti sull'obiettivo	1
2.b	I raggi sono prolungati fino al punto immagine S'	1
2.c	Corretta costruzione del fascio di raggi paralleli uscenti	2
3	<i>Ingrandimento angolare</i>	4
3.a	Espressione di h' in funzione di β e f_2	2
3.b	Applicazione delle approssimazioni per trovare l'ingrandimento angolare G	2
4	<i>Distanza apparente del cratere lunare</i>	4
4.a	Espressione della dimensione angolare del cratere ad occhio nudo	1
4.b	Espressione della dimensione angolare apparente del cratere al cannocchiale	1
4.c	Uso dell'ingrandimento angolare G	1
4.d	Valore numerico corretto della distanza apparente	1
Chiarezza descrittiva e correttezza formale dell'esposizione; attenzione all'impiego delle corrette unità di misura; attenzione al grado di precisione assegnato ai risultati numerici		2

⇒ Materiale riservato alla Commissione ⇐

PROBLEMA 2 – Un carrello con piano inclinato

GRIGLIA DI VALUTAZIONE :		Totale Punti 20
1	<i>Calcolo del modulo della forza che non fa scivolare il blocco</i>	9
1.a	Legge della dinamica in forma vettoriale	2
1.b	Espressione delle forze nelle due componenti perpendicolari	3
1.c	Espressione di A	2
1.d	Valore numerico corretto del modulo di A	1
1.e	Segno corretto	1
2	<i>Calcolo del massimo del modulo dell'attrito</i>	4
2.a	Espressione della forza normale N	2
2.b	Valore numerico corretto del modulo di N	1
2.c	Valore massimo dell'attrito (<i>attrito al distacco</i>)	1
3	<i>Valore effettivo del modulo dell'attrito</i>	5
3.a	Giustificazione del fatto che il blocco non scivola	3
3.b	Determinazione del modulo dell'attrito effettivo	2
Chiarezza descrittiva e correttezza formale dell'esposizione; attenzione all'impiego delle corrette unità di misura; attenzione al grado di precisione assegnato ai risultati numerici		2

⇒ Materiale riservato alla Commissione ⇐

PROBLEMA 3 – Ruotando un tubo ad U...

GRIGLIA DI VALUTAZIONE :		Totale Punti 20
1	<i>Tubo adagiato</i>	10
1.a	Legge di Boyle	2
1.b	Il volume totale occupato dal gas è costante	1
1.c	legge di Stevino nei due casi	3
1.d	Calcoli sviluppati correttamente	2
1.e	Valori numerici corretti	2
2	<i>Tubo riscaldato</i>	8
2.a	Equazioni di stato dei gas perfetti con incrementi delle grandezze	2
2.b	Semplificazione dei termini di secondo ordine	2
2.c	Espressione dell'equazione in forma relativa, $\Delta p/p$	1
2.d	Sviluppo dei calcoli	2
2.e	Valori numerici corretti	1
Chiarezza descrittiva e correttezza formale dell'esposizione; attenzione all'impiego delle corrette unità di misura; attenzione al grado di precisione assegnato ai risultati numerici		2

————— ■ —————

Materiale prodotto dal gruppo



PROGETTO OLIMPIADI

Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica

presso Liceo Scientifico "U. Morin"

VENEZIA MESTRE

fax: 041.584.1272

e-mail: olifis@libero.it