Associazione per l'Insegnamento della Fisica

Olimpiadi di FISICA 2011

Gara di 2° Livello
Venerdì 11
Febbraio 2011

Soluzioni

QUESITO n. 1

La conservazione dell'energia e dell'impulso (basta considerare solo la componente orizzontale dei vettori) danno

$$\begin{cases} E_1 = E_1' + E_2' \\ p_1 = -p_1' + p_2' \end{cases}$$

dove la seconda equazione esprime la relazione tra i moduli dell'impulso, per cui il segno meno davanti a p_1' esprime il fatto che il primo carrellino dopo l'urto ha invertito il verso di moto.

La relazione tra energia cinetica E e modulo dell'impulso p è

$$E = \frac{p^2}{2m} \quad \Rightarrow \quad p = \sqrt{2mE}$$

Sostituendo le espressioni nella seconda equazione, si trova

$$\sqrt{2m_2\left(E_1 - E_1'\right)} = \sqrt{2m_1E_1} + \sqrt{2m_1E_1'} \quad \Rightarrow \quad m_2 = \frac{\left(\sqrt{E_1} + \sqrt{E_1'}\right)^2}{E_1 - E_1'}\, m_1 = 1\,\mathrm{kg}$$

QUESITO n. 2

Il calore assorbito dall'acqua e dal calorimetro è

$$Q = (K + m\,c)\,(T_\mathrm{e} - T_\mathrm{f})$$

mentre il calore ceduto dall'acqua calda è, in valore assoluto,

$$Q' = M\,c\,(T_\mathrm{c} - T_\mathrm{e})$$

avendo indicato con K la capacità termica del calorimetro, con c il calore specifico dell'acqua, con $T_\mathrm{c}, T_\mathrm{e}, T_\mathrm{f}$, rispettivamente, la temperatura dell'acqua calda, di equilibrio del sistema e dell'acqua fredda e con m ed M le masse dell'acqua fredda e dell'acqua calda.

Dall'uguaglianza tra il calore assorbito Q e il calore ceduto Q' si ricava la temperatura di equilibrio del sistema

$$T_\mathrm{e} = \frac{(K + m\,c)\,T_\mathrm{f} + M\,c\,T_\mathrm{c}}{K + m\,c + M\,c} = 49°\mathrm{C}$$

QUESITO n. 3

Quando il tubo si trova in posizione orizzontale sulla colonna d'aria agisce solamente la pressione atmosferica $p_0 = \rho g h_0$, mentre quando il tubo si trova in posizione verticale sulla colonna d'aria agisce la pressione atmosferica p_0 e la pressione $\rho g h$ della colonna di mercurio sovrastante, dove ρ rappresenta la densità del mercurio e g l'accelerazione di gravità.

Indicando con A la sezione del tubo, poiché la temperatura rimane costante, trattando l'aria come un gas perfetto, dalla legge di Boyle si ha

$$pV = p'V' \quad \Rightarrow \quad p_0 A\ell = p' A\ell' \quad \Rightarrow \quad \ell' = \ell\frac{p_0}{p'} = \ell\frac{p_0}{p_0 + \rho g h} = \ell\frac{h_0}{h_0 + h} = 20\,\mathrm{cm}$$

QUESITO n. 4

Ad un'altezza h dalla superficie terrestre il campo gravitazionale vale

$$g' = G\frac{M}{(R+h)^2} \quad \text{con } M \text{ massa della Terra e } G \text{ costante di gravitazione universale.}$$

Analogamente

$$g = G\frac{M}{R^2} \quad \text{e combinando le due relazioni si ottiene} \quad g' = g\frac{R^2}{(R+h)^2}$$

Ponendo $g' = g/2$ nella espressione precedente si ricava $h^2 + 2Rh - R^2 = 0$ dalla quale, scartando la soluzione negativa che non ha significato fisico, si ottiene infine

$$h = \left(\sqrt{2} - 1\right) R = 2639\,\mathrm{km}$$

Soluzione alternativa

Usando invece come incognita la distanza R' dal centro della Terra si ha:

$$g' = g/2 \quad \text{ovvero} \quad G\frac{M}{R'^2} = \frac{1}{2}G\frac{M}{R^2} \quad \text{da cui} \quad R' = \sqrt{2}R \quad \Rightarrow \quad h = R' - R = 2639\,\mathrm{km}$$

QUESITO n. 5

Inizialmente tra le piastre del condensatore vi è una d.d.p. $V = Q/C = 10\,\mathrm{V}$, quindi, nell'istante iniziale, la d.d.p. ai capi della resistenza elettrica vale 10 V e circola una corrente $i = V/R = 1\,\mathrm{A}$. Negli istanti successivi, mentre il condensatore si sta scaricando, diminuisce la d.d.p. ai suoi capi e di conseguenza anche la corrente che circola nel circuito.

QUESITO n. 6

La posizione di equilibrio è chiaramente l'origine del sistema di riferimento. Poiché le forze esterne non compiono lavoro per tenere ferme le due cariche positive, l'energia irraggiata è l'opposto della variazione di energia elettrostatica del sistema e si calcola facilmente:

$$E_{irr} = \frac{Q^2}{2\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + d^2}}\right)$$

QUESITO n. 7

La forza di gravità compie lavoro nullo dato che il punto di partenza e il punto di arrivo sono alla medesima quota. La variazione di energia cinetica della massa è solamente data dal lavoro di $\vec{F}$ lungo il piano inclinato. Si ha, dunque,

$$F\,L = \frac{1}{2}m\,v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2\,F\,L}{m}} = 17.9\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

QUESITO n. 8

La sorgente è ferma rispetto al mezzo di propagazione (essendo detto che gli effetti del vento sono trascurabili) e il camion si sta allontanando; questo riceve quindi le onde con una frequenza f' data da

$$f' = f\left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

Il camion riemette le onde con questa stessa frequenza. Stavolta la sorgente è in moto rispetto al mezzo e il ricevitore è fermo: le onde riflesse vengono quindi ricevute nel punto di partenza con una frequenza f'' data da

$$f'' = f'\frac{c}{c+v} = f\frac{c-v}{c+v} \quad \text{quindi} \quad \frac{\Delta f}{f} = \frac{f - f''}{f} = 1 - \frac{f''}{f} = 1 - \frac{c-v}{c+v} = \frac{2v}{c+v}$$

da cui si ricava infine

$$v = \frac{\Delta f}{2f - \Delta f}\, c = 14.5\,\mathrm{m/s} = 52.3\,\mathrm{km/h}$$

Nota per i correttori: *La soluzione* $\Delta f/f \approx 2v/c$ *da cui* $v \approx \Delta f\, c/(2f) = 50.2\,\mathrm{km/h}$ *deve essere ritenuta accettabile anche se in questo caso non si tratta di una buona approssimazione, come si vede dalla differenza dei valori numerici; per questo ad essa verranno assegnati solo 2 punti su 3.*

QUESITO n. 9

Lo specchio piano forma un'immagine virtuale nella posizione simmetrica dell'oggetto rispetto allo specchio, dunque ad una distanza $x_1 = 7\,\mathrm{cm}$.

Questa immagine costituisce una "sorgente" (con $p = 29\,\mathrm{cm}$) per la lente, che ne forma un'immagine (reale) la cui distanza dalla lente può essere ricavata dalla legge dei punti coniugati

$$q = \frac{pf}{p-f} = 15.3\,\mathrm{cm} \quad \Rightarrow \quad x_2 = 37.3\,\mathrm{cm}$$

La lente forma anche, ovviamente, un'immagine (reale) dell'oggetto (con $p = 15\,\mathrm{cm}$), ad una distanza

$$q = \frac{pf}{p-f} = 30\,\mathrm{cm} \quad \Rightarrow \quad x_3 = 52\,\mathrm{cm}$$

Nota per i correttori: *Assegnare 1 punto per ogni posizione corretta individuata; non vanno assegnate frazioni di punto.*

QUESITO n. 10

Poiché la componente verticale della forza che agisce sul blocco ($F \,\mathrm{sen}\, 60° = 34.7\,\mathrm{N}$) è maggiore del peso ($mg = 24.5\,\mathrm{N}$), il blocco si solleva dal piano. Le forze che agiscono sul blocco sono dunque soltanto la forza $\vec{F}$ e il peso $\vec{P}$. L'angolo α tra di esse è 150°. Il modulo dell'accelerazione risulta allora

$$a = \frac{F_{\mathrm{ris}}}{m} = \frac{\sqrt{F^2 + (mg)^2 + 2Fmg\cos\alpha}}{m} = 9.0\,\mathrm{m\,s^{-2}}$$

PROBLEMA 1 – Un campo elettrostatico di modulo uniforme [20 punti]

Quesito n. 1.

Lungo una retta radiale il campo elettrico è uniforme, quindi la d.d.p. tra un punto interno (per esempio il centro) ed uno esterno è

$$\Delta V = V_{\text{int}} - V_{\text{est}} = E_0\,(R_2 - R_1) = E_0 R$$

Per la conservazione dell'energia, dette v_0 e v_1 le velocità della particella all'esterno e all'interno della distribuzione, si ha

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + qV_{\text{est}} = \frac{1}{2}mv_1^2 + qV_{\text{int}} \quad \text{e dovendo essere} \quad v_1 > 0 \quad \text{si ottiene}$$

$$v_0 = \sqrt{v_1^2 + 2(q/m)\,\Delta V} > \sqrt{2(q/m)\,E_0\,R} = v_{\min}$$

Quesito n. 2.

Sia ora $K_{\text{i}} = 2K_{\min}$; allora la velocità iniziale è $v_{\text{i}} = \sqrt{2}\,v_{\min}$ e quella finale (all'interno della distribuzione) è $v_{\text{f}} = v_{\min}$ dato che, scrivendo ancora la conservazione dell'energia come sopra,

$$K_{\text{f}} = K_{\text{i}} - q\Delta V = 2K_{\min} - K_{\min} = K_{\min}$$

Il tempo necessario per arrivare al centro della distribuzione è dato da $T = \Delta t_1 + \Delta t_2$ dove Δt_1 è il tempo di attraversamento della distribuzione (da R_2 ad R_1) e Δt_2 il tempo per arrivare da R_1 al centro.

Il moto nella distribuzione di carica spaziale è uniformemente accelerato con accelerazione

$$a = -(qE_0)/m \quad \text{per cui, essendo} \quad v_{\text{f}} - v_{\text{i}} = a\,\Delta t_1 \quad \Rightarrow \quad \Delta t_1 = \left(\sqrt{2} - 1\right)\frac{m\,v_{\min}}{qE_0}$$

Il moto successivo è uniforme a velocità $v_{\min}$: $\Delta t_2 = R/v_{\min}$

Superato il centro, il moto è ancora uniforme fino alla superficie di raggio R_1 e poi uniformemente accelerato con accelerazione uguale in modulo alla precedente; il tempo impiegato complessivamente sarà quindi $2T$.

Fatte le opportune sostituzioni si ricava $\quad 2T = \left(2\sqrt{2} - 1\right)\sqrt{\dfrac{2mR}{qE_0}}$

Quesito n. 3.

Per il teorema di Gauss, dato che il campo e.s. esterno è nullo, la carica totale è nulla.

Quesito n. 4.

Ancora per il teorema di Gauss, si osserva che, nell'intervallo $R_1 < r < R_2$, il flusso del campo e.s. attraverso una sfera di raggio r ($\Phi = 4\pi r^2 E_0$) è una funzione positiva e crescente di r; questo comporta la presenza di una carica positiva sia sulla superficie sferica di raggio R_1 che nel volume $\mathcal{V}$. La carica negativa (che rende nulla la carica totale) dovrà trovarsi quindi sulla superficie sferica di raggio R_2.

NOTA importante: il fatto che il campo e.s. in un punto $R_1 < r < R_2$ abbia verso uscente, implica solo che la carica totale contenuta in una sfera di raggio r sia positiva, ma non esclude che possa essere presente localmente anche una densità di carica negativa; dunque la sola osservazione che il campo è sempre uscente non giustifica l'assenza di carica negativa.

PROBLEMA 2 – Misura di spessori sottilissimi [20 punti]

Quesito n. 1.

In riferimento alla figura nel testo, sia x la posizione di una frangia d'interferenza luminosa misurata rispetto al punto di contatto O tra i due vetrini. Lo spessore h dello strato d'aria in quella posizione è dato da

$$h = x\,\frac{t}{L}$$

dove t è lo spessore del foglio metallico ed L la distanza del bordo del foglio dal punto in cui si toccano i due vetrini (inizialmente, in questo problema, $L = 40.0\,\text{mm}$). I raggi interferiscono costruttivamente se

$$2\,h = n\,\lambda + \frac{\lambda}{2}$$

con n numero della frangia e dove si è tenuto conto dello sfasamento di π nella riflessione della luce al secondo vetrino. Sostituendo h si ricava la posizione dell'n-simo massimo

$$x = (2n+1)\,\frac{\lambda L}{4t} \quad \text{con} \quad n = 0, 1, 2, ...$$

Quesito n. 2.

La distanza d è misurata tra il minimo di ordine n e il minimo di ordine $n+20$ per cui si ha

$$d = x_{n+20} - x_n = 10\,\frac{\lambda L}{t} \quad \Rightarrow \quad t = 10\,\frac{\lambda L}{d} = 48\,\mu\text{m}$$

Quesito n. 3.

La distanza fra due massimi consecutivi è, per quanto detto prima, $\lambda L/(2t)$. Quando il foglio viene allontanato, L aumenta, quindi la spaziatura fra le frange aumenta. Quando il foglio viene scaldato mantenendo costante la distanza L, allora t aumenta, quindi la spaziatura diminuisce. Se si immette acqua, la velocità di propagazione diminuisce, quindi la lunghezza d'onda nel mezzo diminuisce, e le frange si infittiscono.

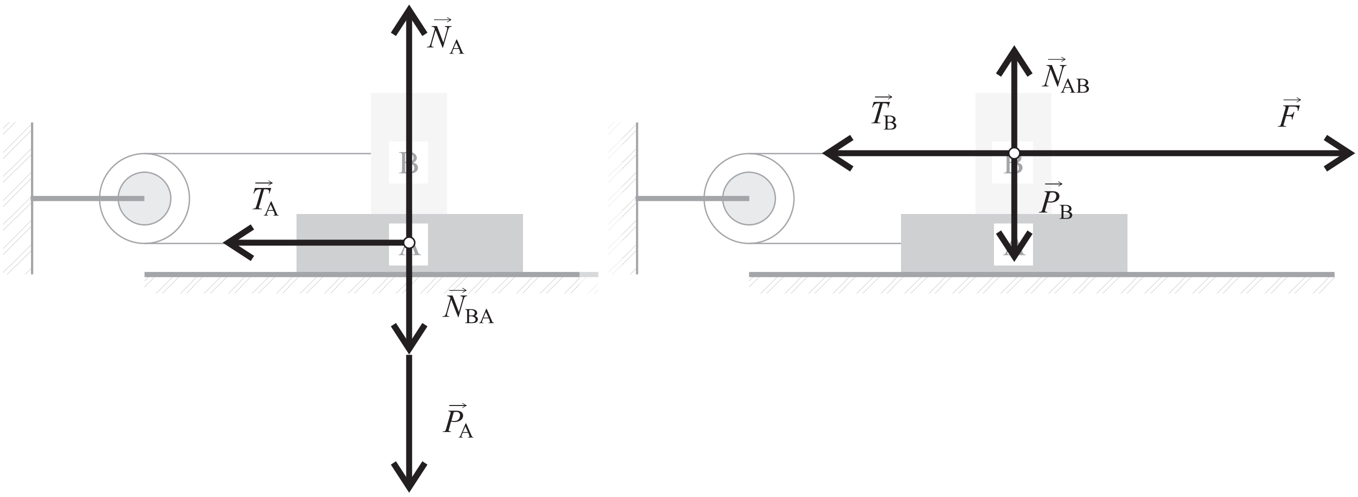
PROBLEMA 3 – Due blocchi sovrapposti in moto [20 punti]

Quesito n. 1.

NOTE: *Nel corso di tutta la soluzione le relazioni e le equazioni sono sempre espresse in termini dei moduli dei vettori, separando i vettori che agiscono in direzione orizzontale da quelli diretti verticalmente.*

Inoltre, per maggiore chiarezza delle figure, i vettori paralleli ed equiversi sono stati disegnati uno di seguito all'altro in modo da valutarne – anche ad occhio – le relazioni tra i moduli di ciascuno e delle loro risultanti.

Sul blocco A agiscono quattro forze: il proprio peso $\vec{P}_A$, la spinta $\vec{N}_{BA}$ esercitata dal blocco B, la reazione $\vec{N}_A$ del pavimento e la forza $\vec{T}_A$ esercitata dalla fune. Anche sul blocco B agiscono quattro forze: il proprio peso $\vec{P}_B$, la reazione $\vec{N}_{AB}$ esercitata dal blocco A su cui appoggia, la forza $\vec{T}_B$ esercitata dalla fune e la forza $\vec{F}$ applicata. I rispettivi diagrammi del corpo libero sono mostrati nella figura seguente.



Dalla seconda legge della dinamica applicata al blocco A, tenuto conto che il blocco non ha un moto verticale, si ricava

$$T_A = m_A a_A \quad \text{e} \quad N_A = N_{BA} + P_A \tag{1 – 2}$$

dove a_A è l'accelerazione del blocco. In modo analogo sul blocco B la seconda legge della dinamica fornisce

$$F - T_B = m_B a_B \quad \text{e} \quad N_{AB} = P_B \tag{3 – 4}$$

con a_B accelerazione del blocco B. Per il terzo principio della dinamica si ha

$$N_{BA} = N_{AB} \tag{5}$$

e, poiché la fune è inestensibile, i moduli delle accelerazioni sono uguali e si può porre $a_A = a_B = a$ (6)

Poiché la massa della fune è trascurabile e si è ipotizzato che la fune scivoli senza attrito sulla carrucola, le due forze esercitate dalla fune sui blocchi sono uguali in modulo e si pone $T_\mathrm{A} = T_\mathrm{B} = T$ (7)

Posto ancora $P_\mathrm{A} = m_\mathrm{A} g$, $P_\mathrm{B} = m_\mathrm{B} g$ e combinando le espressioni (1), (3), (5), (6) e (7) si ricava

$$a = \frac{F}{m_\mathrm{A} + m_\mathrm{B}} .$$

Sul blocco A agisce una forza risultante orizzontale di intensità

$$F_\mathrm{A} = T = m_\mathrm{A} a = F \frac{m_\mathrm{A}}{m_\mathrm{A} + m_\mathrm{B}}$$

mentre sul blocco B agisce una forza risultante di intensità

$$F_\mathrm{B} = F - T = F \frac{m_\mathrm{B}}{m_\mathrm{A} + m_\mathrm{B}}$$

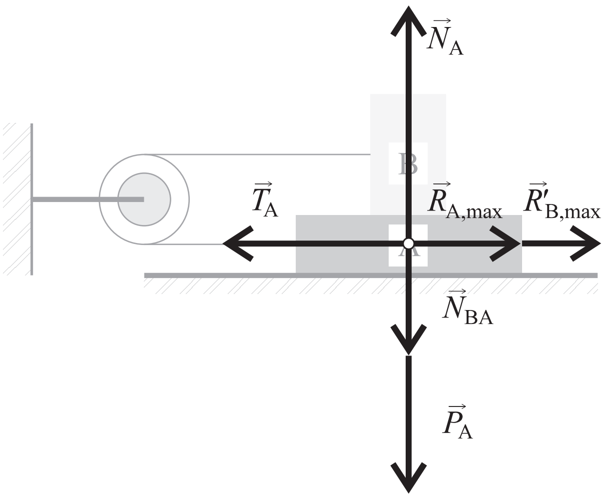
Quesito n. 2.

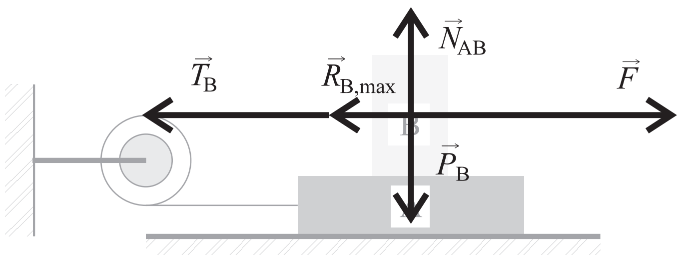
La forza minima necessaria per far muovere il sistema in presenza di attrito è quella relativa alla cosiddetta "condizione di distacco" in cui le forze di attrito assumono il valore massimo possibile mentre il sistema è ancora fermo: le forze risultano quindi ancora complessivamente equilibrate.

I casi a. e b. sono due casi particolari del caso generale c. Conviene pertanto studiare prima il caso generale c. e poi da questo ricavare i due casi particolari a. e b. Naturalmente le soluzioni corrette saranno accettate in qualunque ordine siano state trovate.

Caso c.

Il diagramma del corpo libero per i due blocchi A e B risulta quello mostrato nella figura seguente.





Sul blocco A in aggiunta alle quattro forze già esaminate agiscono anche la forza di attrito $\vec{R}_\mathrm{A}$ tra blocco e pavimento e la forza $\vec{R}'_\mathrm{B}$ dovuta all'attrito tra i due blocchi.

Sul blocco B in aggiunta alle quattro forze già esaminate agisce solamente la forza di attrito $\vec{R}_\mathrm{B}$ tra i due blocchi. Per il terzo principio della dinamica si ha $R_\mathrm{B} = R'_\mathrm{B}$. I versi delle forze sono mostrati in figura.

La forza di attrito massimo al distacco agente tra il pavimento ed il blocco A vale $R_\mathrm{A,max} = \mu_\mathrm{A}(m_\mathrm{A} + m_\mathrm{B})g$, dove g è l'accelerazione di gravità; pertanto indicando con T' il modulo della forza minima necessaria per mettere in moto il blocco A ($\vec{T}_\mathrm{A}$) si deve avere

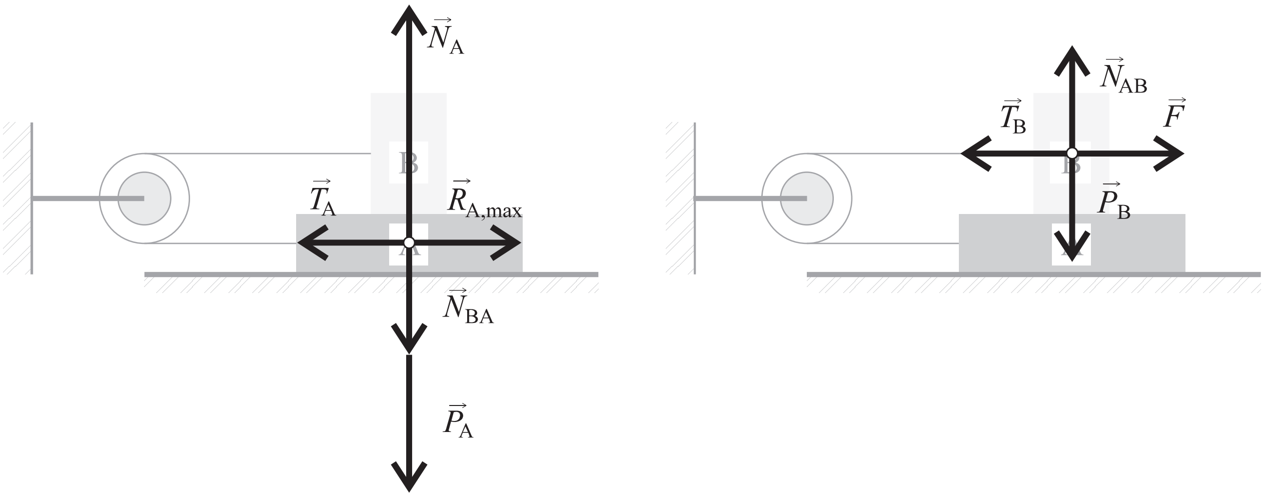
$$T' - R_\mathrm{A,max} - R'_\mathrm{B} = 0 \quad \Rightarrow \quad T' = \mu_\mathrm{A}(m_\mathrm{A} + m_\mathrm{B})g + R'_\mathrm{B}$$

In maniera analoga la forza di attrito massimo al distacco agente tra i due blocchi vale $R_\mathrm{B,max} = \mu_\mathrm{B} m_\mathrm{B} g$ e di conseguenza, considerando le forze agenti sul blocco B (dove la forza $\vec{T}_\mathrm{B}$ ha ancora modulo T'), si avrà il moto di quest'ultimo, rispetto al blocco A, se

$$F - T' - R_\mathrm{B,max} = 0 \quad \Rightarrow \quad F = \mu_\mathrm{A}(m_\mathrm{A} + m_\mathrm{B})g + 2\mu_\mathrm{B} m_\mathrm{B} g$$

Caso a.

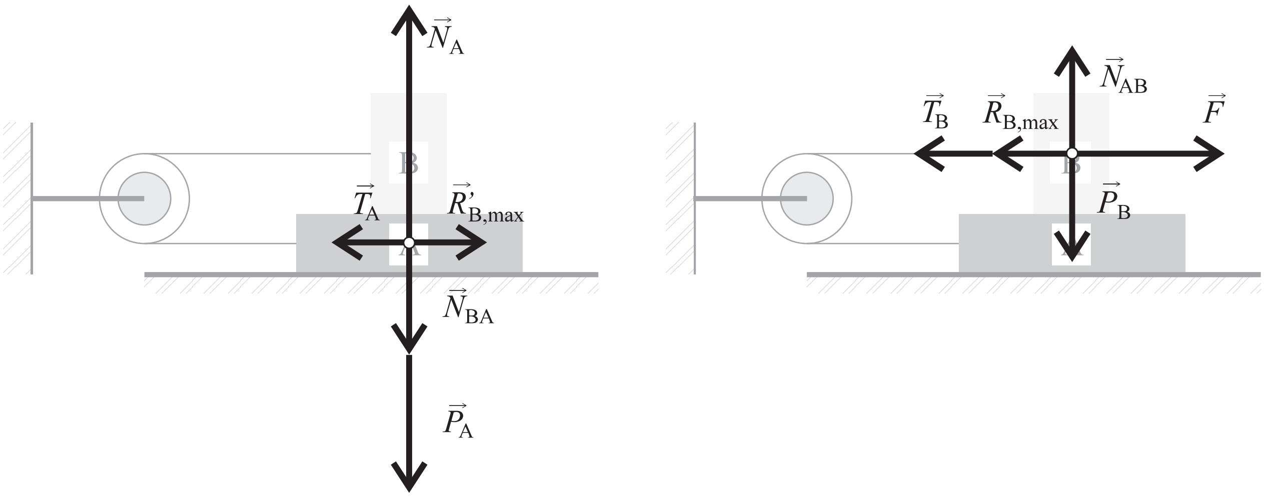
In questo caso è presente solamente l'attrito tra il blocco A ed il pavimento. Pertanto sia nei diagrammi del corpo libero precedenti sia nelle formule si deve porre $\mu_B = 0$ ovvero trascurare la presenza delle forze $\vec{R}_B$ e $\vec{R}'_B$. Il diagramma del corpo libero dei due blocchi è rappresentato nella figura seguente.



La forza minima necessaria per mettere in moto il sistema sarà $F = \mu_A(m_A + m_B)g$.

Caso b.

In questo caso è presente solamente l'attrito tra i due blocchi A e B. Pertanto sia nei diagrammi del corpo libero precedenti sia nelle formule si deve porre $\mu_A = 0$ ovvero trascurare la presenza della forza $\vec{R}_A$. Il diagramma del corpo libero dei due blocchi è rappresentato nella figura sottostante.



La forza minima necessaria per mettere in moto il sistema sarà $F = 2\mu_B m_B g$.

Materiale prodotto dal gruppo

PROGETTO OLIMPIADI
Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica
fax: 041.584.1272 e-mail: olifis@libero.it