COVER

43ma Olimpiade Internazionale della Fisica – Gara Teorica

Tartu, Estonia — Martedì 17 luglio 2012

- La prova dura 5 ore. Ci sono 3 problemi che vengono valutati complessivamente 30 punti. ***Nota che il punteggio di ciascuno dei problemi teorici non è lo stesso.***
- **Non devi aprire la busta con i problemi prima che suoni il segnale di inizio della gara** (tre brevi squilli).
- **Non puoi alzarti dal tuo posto senza permesso.** Se hai bisogno di aiuto (calcolatrice rotta, bisogno di andare in bagno, …), usa la paletta corrispondente "HELP" ("aiuto") o "TOILET" ("gabinetto") alzandola con una lunga maniglia sopra la parete del tuo box, e lasciala alzata finché arriva un assistente.
- **Le tue risposte devono essere espresse in termini delle grandezze che sono evidenziate** nel testo del problema. Ad esempio, se c'è scritto che "l'altezza della scatola è a e la sua larghezza è b" allora nelle risposte si può usare a ma non b (a meno che questa sia evidenziata in qualche altro punto – vedi oltre). Le grandezze evidenziate nel testo di una sotto-domanda possono essere usate solo nella risposta a quella sotto-domanda; le grandezze che sono evidenziate nella parte introduttiva di un Problema (o di una sua Parte), quindi al di fuori dello specifico delle singole sotto-domande, possono essere usate nelle risposte per tutto il Problema (o di quella Parte).
- Scrivi su una sola facciata di ciascun foglio.
- Per ciascun problema ci sono degli **appositi Fogli di Soluzione** (vedi l'intestazione per il numero e simbolo). Scrivi la tua soluzione sui Fogli di Soluzione corrispondenti. Per ciascun Problema i Fogli di Soluzione sono numerati; usa i fogli seguendo la numerazione. ***Scrivi sempre quale Problema, Parte e Domanda stai svolgendo.*** Copia le risposte finali negli spazi appositi dei **Fogli di Risposta**. Ci sono anche dei fogli di **Brutta**; usali per scriverci cose che non desideri che vengano considerate nella valutazione. Se hai scritto sui Fogli di Soluzione qualcosa che non desideri che sia valutato (come un abbozzo o un ragionamento sbagliato) mettici sopra una croce.
- Se hai bisogno di altra carta per un certo problema, alza la paletta "HELP" e di' a un assistente il numero del problema; hai a disposizione due Fogli di Soluzione (lo puoi fare più di una volta).
- **Scrivi meno testo possibile:** cerca di spiegare la tua soluzione usando soprattutto equazioni, numeri, simboli e grafici. ~~*Quando una spiegazione a parole è inevitabile, si consiglia di fornire anche una traduzione inglese accanto al testo in italiano (se la traduzione è sbagliata, o non traduci affatto, il testo in italiano verrà usato in sede di Moderazione).*~~
- Ci sarà un primo segnale acustico (singolo) per avvertire quando mancano 30 minuti alla consegna; un secondo segnale (due squilli) significa che mancano 5 minuti; il terzo segnale (tre squilli) indica la fine del tempo della prova. **Al terzo segnale devi smettere di scrivere immediatamente.** Metti tutti i fogli nella busta sul tuo tavolo. **Nessun foglio può essere portato fuori della stanza.** Se finisci il lavoro prima del segnale acustico finale, alza la tua paletta.

Problema T1. Grafici assortiti *(13 punti)*

Parte A. Balistica *(4.5 punti)*

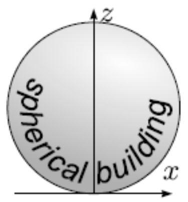
Una palla lanciata con velocità iniziale v_0 si muove in un campo gravitazionale uniforme nel piano x–z, dove l'asse x è orizzontale, e l'asse z è verticale e antiparallelo all'accelerazione di gravità g; trascurare l'attrito dell'aria.

i. (0.8 punti) Lanciando una palla dall'origine con velocità iniziale v_0 si possono colpire bersagli all'interno della regione data da

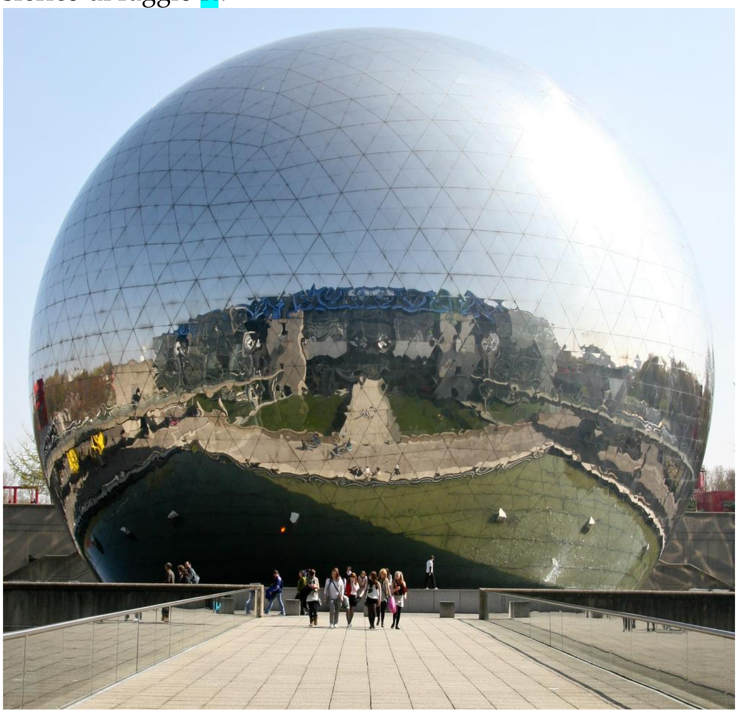
$$z \leq z_0 - kx^2$$

aggiustando l'angolo di lancio. Puoi usare questo fatto senza provarlo. Trova le costanti z_0 e k.

ii. (1.2 punti) Si vuole colpire il punto più alto di un edificio sferico di raggio R (vedi figura) imprimendo alla palla una velocità iniziale v_0 la più piccola possibile. Prima di colpire il bersaglio, la palla non può rimbalzare sull'edificio in altri punti. Il punto di lancio può essere scelto liberamente al livello del terreno $z = 0$ e l'angolo di lancio può essere aggiustato nel modo che si desidera. Disegna qualitativamente la forma della traiettoria ottimale per la palla (usa l'apposito spazio nel foglio risposta). NOTA: Il punteggio viene assegnato solamente per il disegno.



iii. (2.5 punti) Qual'è la minima velocità di lancio $v_{\min}$ necessaria per poter colpire il punto più alto dell'edificio sferico di raggio R?

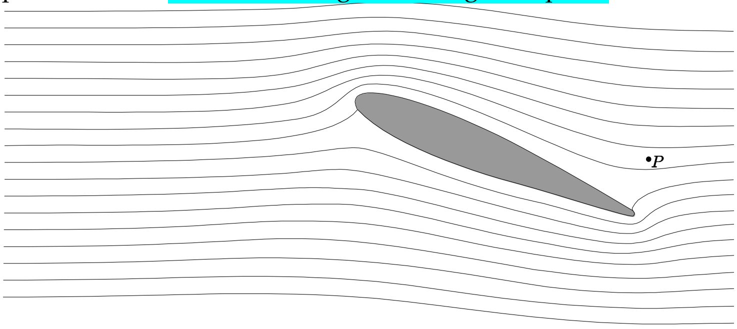


La Géode, Parc de la Villette, Paris. Foto: katchooo/flickr.com

Parte B. Flusso d'aria attorno ad un'ala *(4 punti)*

Per questa Parte del Problema può essere utile la seguente informazione: nel caso di un liquido o di un gas che fluisce, si ha che la quantità $p + \rho g h + ½ \rho v^2$ è costante lungo una linea di campo, nel caso in cui la velocità v sia molto minore della velocità del suono. Qui ρ è la densità, h l'altezza, g l'accelerazione di gravità e p la pressione idrostatica. Le linee di campo sono definite come le traiettorie delle particelle di fluido (ammettendo che la distribuzione del flusso sia stazionaria). Il termine $½ \rho v^2$ è chiamato pressione dinamica.

Nella figura seguente, è disegnata la sezione dell'ala di un aereoplano assieme alle linee di campo del flusso d'aria attorno all'ala, così come appare nel sistema di riferimento dell'ala. Assumi che (a) il flusso d'aria sia puramente bidimensionale (ovvero che i vettori velocità dell'aria giacciono tutti nel piano della figura); (b) la configurazione delle linee di campo non dipende dalla velocità dell'aereoplano; (c) non c'è vento; (d) la pressione dinamica è molto più piccola della pressione atmosferica $p_0 = 1.0 \times 10^5$ Pa. Puoi usare un righello per effettuare misure sulla figura nel foglio risposte.

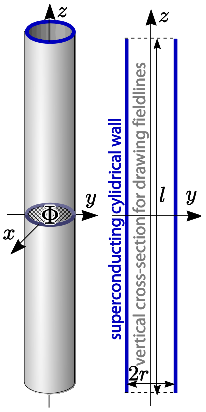


i. (0.8 punti) Se la velocità dell'aereoplano riferita a terra è $v_0 = 100$ m/s, qual'è la velocità dell'aria v_P nel punto P (segnato nella figura) rispetto a terra?

ii. (1.2 punti) Nel caso ci sia una grande umidità relativa, non appena la velocità rispetto a terra supera un valore critico v_{crit}, si forma una scia di gocce d'acqua dietro all'ala. Le gocce si formano a partire da un certo punto Q. Segna il punto Q nella figura sul foglio risposte. Spiega (usando formule e la minor quantità di testo possibile) come ne hai determinato qualitativamente la posizione.

iii. (2.0 punti) Stima la velocità critica v_{crit} usando i seguenti dati: umidità relativa dell'aria $r = 90\%$, calore specifico dell'aria a pressione costante $c_p = 1.00 \times 10^3$ J/kg·K, pressione del vapor d'acqua saturo: $p_{sa} = 2.31$ kPa alla temperatura dell'aria non perturbata $T_a = 293$ K e $p_{sb} = 2.46$ kPa a $T_b = 294$ K. A seconda delle tue approssimazioni potresti aver bisogno anche del calore specifico dell'aria a volume costante $c_V = 0.717 \times 10^3$ J/kg·K. NOTA: l'umidità relativa è definita come il rapporto fra la pressione di vapore e la pressione di vapor saturo alla stessa temperatura. La pressione di vapor saturo è definita come quella a cui il vapore è in equilibrio con il liquido.

Parte C. Cannucce magnetiche *(4.5 punti)*



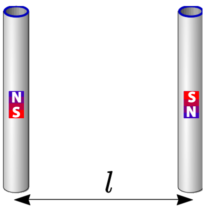
Considera un tubo cilindrico fatto di materiale superconduttore. La lunghezza del tubo è l e il suo raggio interno è r; inoltre $l \gg r$. Il centro del tubo coincide con l'origine, e il suo asse coincide con l'asse z. Nel tubo c'è un flusso magnetico Φ attraverso la sezione centrale del tubo, ovvero la regione $z = 0$, $x^2 + y^2 < r^2$.

Un materiale superconduttore ha la proprietà di espellere qualsiasi campo magnetico dal suo interno (il campo al suo interno è zero).

i. (0.8 punti) Disegna cinque linee di flusso del campo magnetico nell'apposito spazio del foglio risposte. Fai in modo che passino per i cinque punti rossi disegnati nella figura che rappresenta una sezione del tubo passante per il suo asse.

ii. (1.2 punti) Trova la tensione T lungo z nel mezzo del tubo (ovvero la forza con la quale le due metà del tubo, $z>0$ e $z<0$, interagiscono fra di loro).

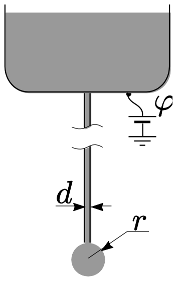
iii. (2.5 punti) Aggiungiamo ora un secondo tubo, identico e parallelo al primo. Il secondo tubo ha il campo magnetico in verso opposto e il suo centro è posizionato in $y = l$, $x = z = 0$ (cosicchè i tubi formano i lati opposti di un enorme quadrato). Determina la forza di interazione magnetica F fra i due tubi.



Problema T2. Gocciolatore di Kelvin *(8 punti)*

Per la soluzione di questo problema possono essere utili le seguenti informazioni sulla tensione superficiale. Per le molecole di un liquido, le posizioni all'interfaccia liquido-aria sono meno favorevoli rispetto alle posizioni all'interno del liquido. Perciò a questa interfaccia è associata la cosiddetta energia superficiale $U = \sigma S$ dove S è l'area della superficie dell'interfaccia e σ è la tensione superficiale del liquido. Inoltre due parti adiacenti della superficie del liquido si attirano reciprocamente con una forza $F = \sigma l$ dove l è la lunghezza del bordo che separa le due parti.

Un lungo capillare metallico con diametro interno d è disposto verticalmente; l'acqua sgocciola lentamente dal forellino della sua estremità inferiore, come puoi vedere in figura. Si può considerare l'acqua come un conduttore elettrico; la sua tensione superficiale è σ e la sua densità è ρ. Assumi sempre che $d \ll r$. Con r si indica il raggio di una goccia che pende dal forellino e che cresce lentamente nel tempo fino a quando si separa dal capillare a causa dell'accelerazione di gravità g.



Parte A. Capillare singolo *(4 punti)*

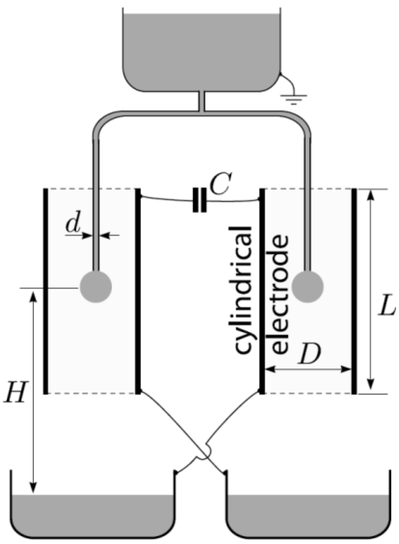
i. (1.2 punti) Trova il raggio r_{max} di una goccia subito prima che si stacchi dal capillare.

ii. (1.2 punti) Sia φ il potenziale elettrostatico del capillare, avendo posto a zero il potenziale elettrico a grande distanza. Trova la carica Q quando il raggio della goccia è r.

iii. (1.6 punti) In questa domanda, assumi che r sia mantenuto costante e che φ venga aumentato lentamente. Se la pressione idrostatica al suo interno diventa più piccola della pressione atmosferica allora la goccia diventa instabile e si rompe in più parti. Trova il potenziale critico φ_{max} a cui accadrà ciò.

Parte B. Due capillari *(4 punti)*

Un apparato chiamato "Gocciolatore di Kelvin" consiste di due capillari (identici a quello descritto nella Parte A), collegati attraverso una giunzione a T, come in figura. Le estremità di entrambi i capillari sono al centro di due elettrodi cilindrici (con altezza L e diametro D, $L \gg D \gg r$); da entrambi i capillari cadono n gocce per unità di tempo. Le gocce cadono da una altezza H all'interno di recipienti conduttori posti sotto i forellini, e collegati agli elettrodi come mostrato in figura; gli elettrodi sono connessi attraverso una capacità C. Non c'è alcuna carica netta sul sistema dei recipienti e degli elettrodi.



Si noti che il contenitore superiore dell'acqua è posto a terra.

La prima goccia a cadere avrà una carica molto piccola che provocherà uno sbilanciamento tra le due parti del sistema e di conseguenza una piccola separazione di carica attraverso il condensatore.

i. (1.2 punti) Esprimi il modulo della carica Q_0 delle gocce che si staccano dai capillari nell'istante in cui la carica nel condensatore è q in funzione di r_{max} (della Parte A-i). Trascura gli effetti descritti nella Parte A-iii.

ii. (1.5 punti) Trova la dipendenza di q dal tempo t approssimandola con una funzione continua $q(t)$ e assumendo che $q(0) = q_0$.

iii. (1.3 punti) Il funzionamento del gocciolatore può essere ostacolato dall'effetto mostrato nella Parte A-iii. Inoltre, la repulsione elettrostatica fra una goccia e il recipente sottostante fa sì che la differenza di potenziale fra i due elettrodi abbia un limite superiore U_{max}; trova U_{max}.

Problema T3. Formazione di una protostella (*9 punti*)

Modellizziamo la formazione di una stella come segue. Una nube sferica di gas interstellare rarefatto, inizialmente a riposo, comincia a collassare a causa della sua stessa gravità. Il raggio iniziale della sfera è r_0 e la sua massa è m. La temperatura al di fuori della nube (dove il gas è molto più rarefatto del gas della nube) e la temperatura iniziale del gas della nube è uniformemente T_0. Il gas può essere trattato come un gas perfetto. La massa molare media del gas è μ e il rapporto tra i calori molari è $\gamma > 4/3$. Assumi che $GM\mu / r_0 \gg RT_0$, dove R è la costante dei gas e G è la costante di gravitazione universale.

i. (0.8 punti) Durante la maggior parte del processo di collasso, il gas è così trasparente che qualsiasi calore generato è immediatamente irradiato verso l'esterno, ovvero la sfera è in equilibrio termodinamico con l'esterno. Di quante volte (n) aumenta la pressione se si dimezza il raggio ($r_1 = 0.5r_0$)? Assumi che la densità del gas rimanga uniforme.

ii. (1 punto) Stima il tempo t_2 necessario perché il raggio della nube diminuisca da r_0 ad $r_2 = 0.95r_0$. Trascura la variazione del campo gravitazionale nel tratto percorso da una particella di gas durante questa fase della caduta.

iii. (2.5 punti) Facendo l'ipotesi che la pressione rimanga trascurabile, trova il tempo $t_{r\to 0}$ necessario affinché la sfera collassi da un raggio r_0 ad un raggio molto più piccolo, usando le Leggi di Keplero per le orbite ellittiche.

iv. (1.7 punti) Per un certo valore del raggio $r_3 \ll r_0$, il gas diventa sufficientemente denso da diventare opaco alla radiazione termica. Calcola la quantità di calore Q irraggiato verso l'esterno durante il collasso dal raggio r_0 fino al raggio r_3.

v. (1 punto) Per raggi più piccoli di r_3 puoi trascurare l'irraggiamento. Determina in che modo la temperatura T della sfera dipende dal suo raggio $r < r_3$.

vi. (2 punti) Alla fine del processo non possiamo più trascurare l'effetto della pressione sulla dinamica del gas, infatti il collasso si ferma ad un raggio $r = r_4$ (dove $r_4 \ll r_3$). Tuttavia, l'irraggiamento può essere ancora trascurato e la temperatura non è ancora sufficientemente alta da innescare la fusione nucleare. La pressione di tale protostella non è più uniforme, ma una stima grossolana, a meno di fattori numerici moltiplicativi, può essere fatta ugualmente. *Stima* il raggio finale r_4 e la rispettiva temperatura T_4.