

Una trappola magnetica fatta con linee parallele di dipolo magnetico da utilizzare per costruire sensori di attività sismica e vulcanica

A. Introduzione

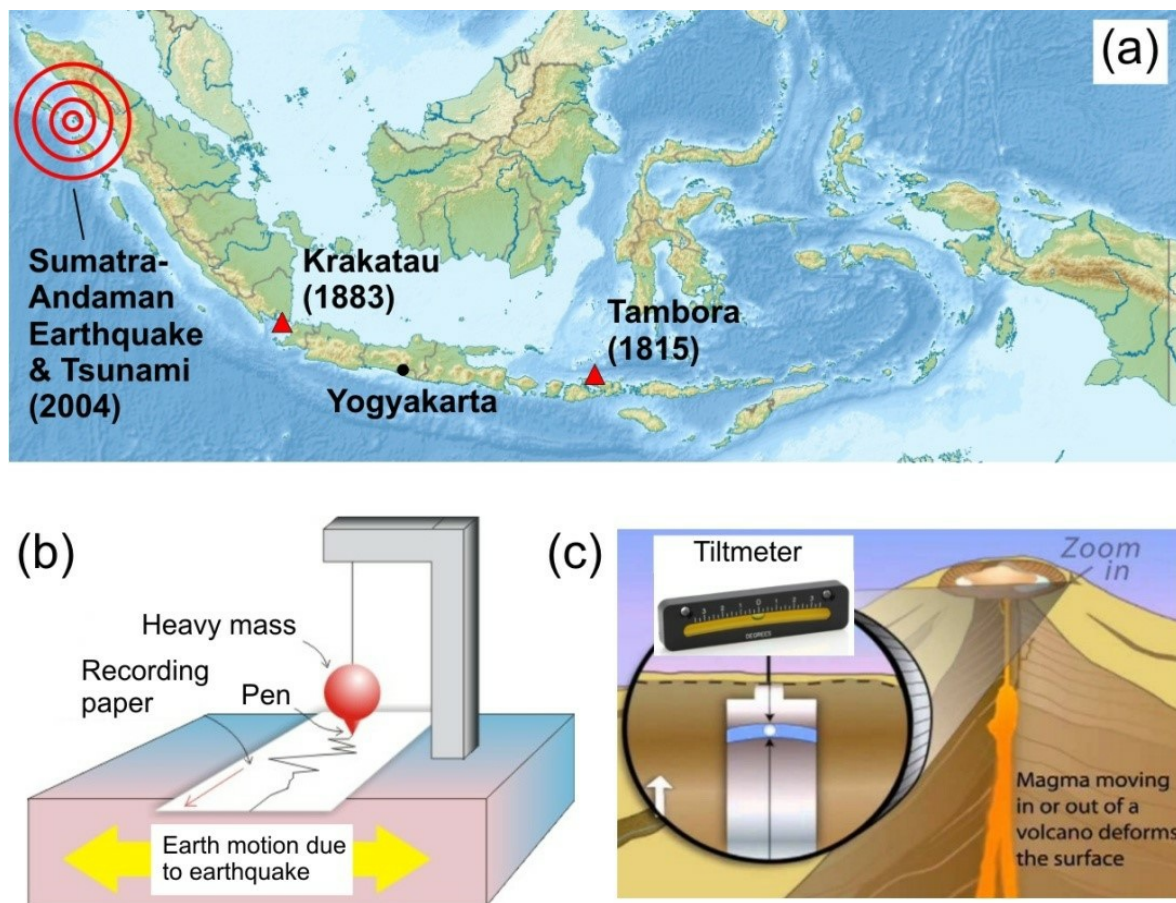


Figura. 1 (a) Mappa dell'Indonesia in cui è segnato il famoso terremoto di Sumatra-Andaman. (b) Elementi di base di un sismografo per rilevare i terremoti. (c) Tiltmetro per il monitoraggio di un vulcano.

L'Indonesia è il più grande arcipelago del mondo, con circa 17,000 isole, sparpagliate fra i due tropici tanto che è chiamato "il gioiello dell'equatore". Sfortunatamente vi accadono molte calamità naturali come terremoti ed eruzioni vulcaniche. Eventi catastrofici colossali (Fig. 1a) come il terremoto e lo tsunami di Sumatra-Andaman (2004), o le eruzioni vulcaniche del Krakatau (1883) e del Tambora (1815) sono ricordate tra le catastrofi peggiori nella storia del Mondo.

Per rilevare un terremoto, si adopera un sismografo, un apparecchio il cui

funzionamento è basato su un pendolo che oscillando *misura lo spostamento o l'accelerazione del suolo* (Fig. 1b). Per monitorare un vulcano, si adopera un *tiltmetro* che rileva il cambiamento nell'inclinazione del suolo dovuto ai movimenti del magma sottostante (Fig. 1c).

In questo problema si esplorano la fisica e le applicazioni di un nuovo tipo di sensore magnetico - chiamato *Parallel Dipole Line (PDL)* - per rilevare un terremoto o per monitorare un vulcano.

Un *Parallel dipole line system* è un apparecchio che contiene due serie di dipoli magnetici allineati (anche chiamate *linea dei dipoli*) disposti come si vede in Fig. 2. Recentemente, due fisici indonesiani hanno scoperto un effetto molto interessante che riguarda questo sistema fisico: se la lunghezza della linea dei dipoli è più lunga di una certa lunghezza critica, il campo magnetico generato dai dipoli diventa più intenso sui bordi producendo una specie di "potenziale a dorso di cammello" come si vede nella Fig. 2a.* Questo "effetto a gobba di cammello" è importante e rende utile questo sistema come *un nuovo tipo di rivelatore magnetico chiamato Parallel Dipole Line (PDL) trap*". Sperimentalmente si può realizzare questo sistema PDL usando una coppia di magneti diamagnetici, ovvero un cilindro magnetico con la magnetizzazione lungo il diametro come si vede nella Fig. 2c: il polo nord e il polo sud sono punti diametralmente opposti invece che trovarsi sulle basi del cilindro.

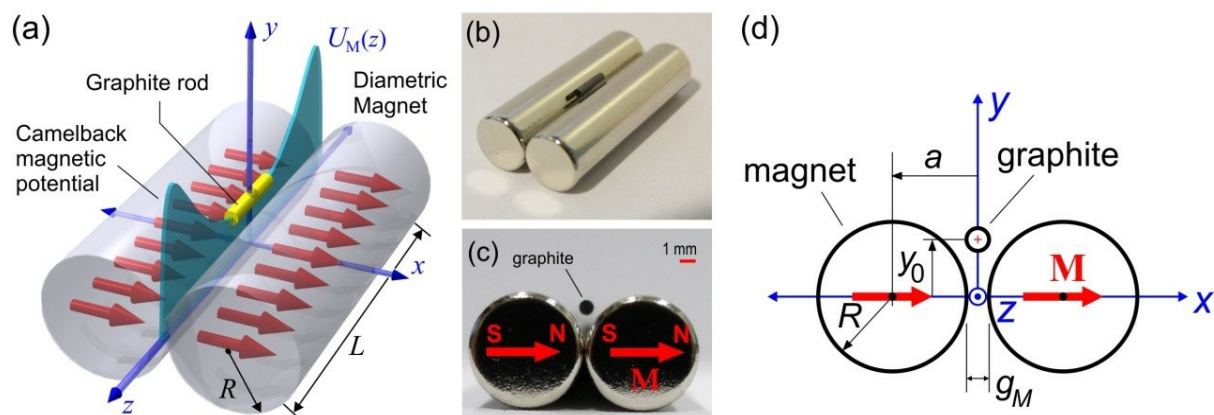


Figure 2. (a) Modello di linea di dipoli con buca di potenziale a gobba di cammello lungo l'asse z . (b) Disposizione sperimentale che fa uso di magneti "diametrici". (c) Vista della sezione dei magneti "diametrici". (d) Schema del PDL. [* Gunawan and Virgus, J. Appl. Phys. 121, 133902 (2017)].

Se si fa cadere dolcemente una sbarretta di grafite (tipicamente la mina di una matita) nell'apparato, essa levita o viene intrappolata in condizioni stabili. Ciò accade perché secondo la direzione x la grafite viene respinta da entrambe le parti mentre secondo la direzione verticale (y) la repulsione magnetica compensa la gravità facendola levitare in posizione y_0 (Fig. 2d). Secondo la direzione longitudinale (z) il potenziale a gobba di cammello mantiene in equilibrio stabile la grafite.

Il *potenziale a gobba di cammello* della trappola magnetica funziona come un *oscillatore unidimensionale*. Ciò vuol dire che se si allontana di poco la grafite dalla posizione di equilibrio lungo l'asse z , essa compie delle oscillazioni poco smorzate come si vede in Fig. 3a. Si può adoperare il PDL appena descritto come un sismografo sensibile. Quando il suolo trema la sbarretta di grafite tende a rimanere stabile, ma il suo spostamento relativo (Fig. 3b) è il segnale del terremoto. Allo stesso modo, questo apparecchio può essere usato come tiltmetro: se si inclina leggermente l'apparecchio, la grafite si muove in modo significativo senza attrito.

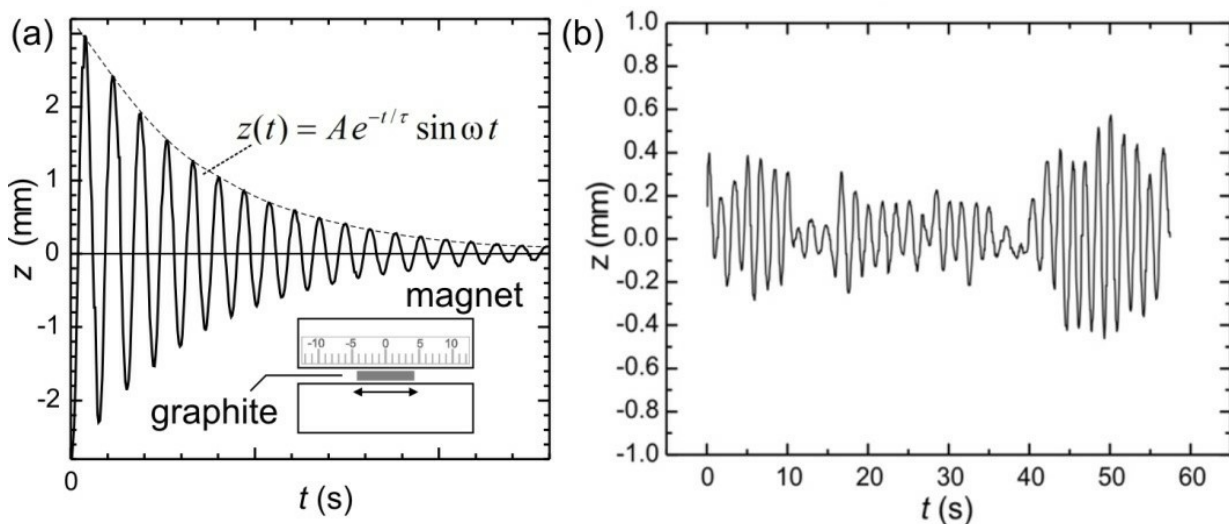


Figure 3. (a) Oscillazioni poco smorzate di una sbarretta di grafite lungo il potenziale a gobba di cammello. (b) Applicazione del sistema come sismografo: le vibrazioni del suolo sono rilevate dal PDL.

Adesso si studia il PDL sia dal punto fisico (sezione A) sia dal punto di vista applicativo (sezione B)

Sezione A: caratteristiche di base

- (1) Determinazione della magnetizzazione M dei magneti (2.5 pt.)
- (2) Levitazione magnetica e suscettività magnetica χ (1.0 pt.)
- (3) Oscillazioni dovute al potenziale a gobba di cammello e suscettività magnetica χ (1.0 pt.)
- (4) Fattore di qualità Q dell'oscillatore e determinazione della viscosità dell'aria μ_A (3.0 pt.)

Section B: Applicazioni

- (5) Il sismografo PDL (0.5 pt.)
- (6) Il tiltmetro PDL (2.0 pt.)

B. Apparecchiatura

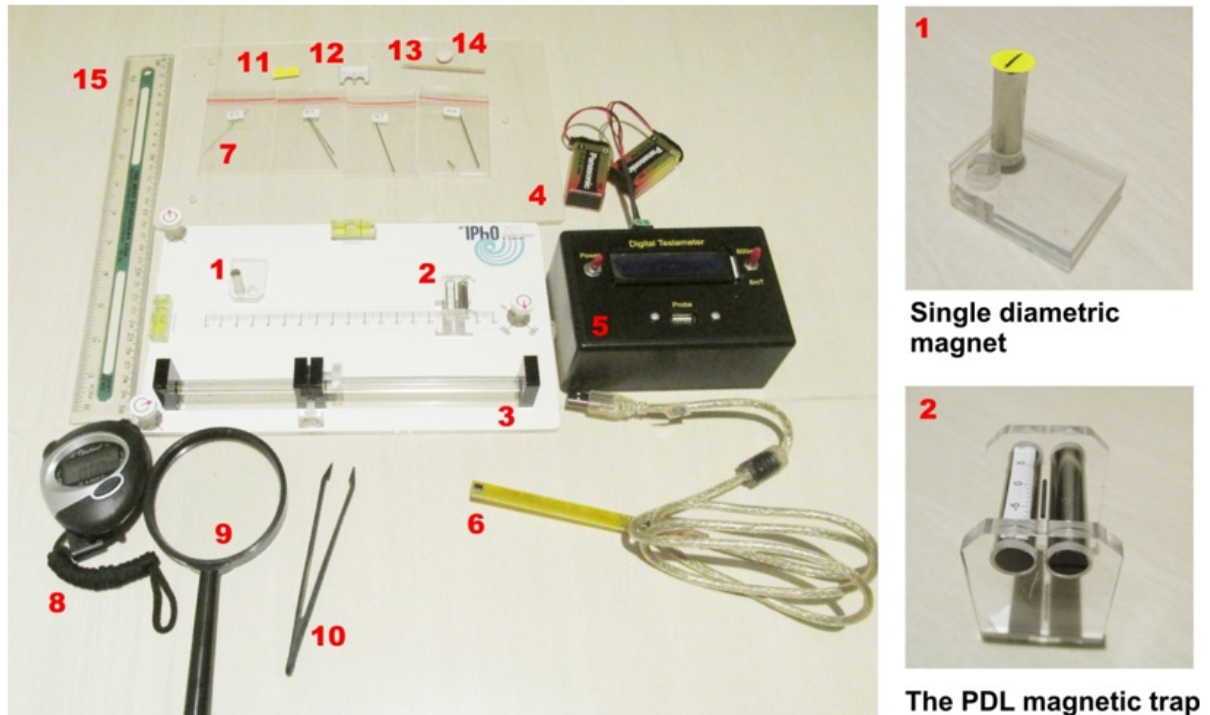


Figure 4. L'apparato sperimentale.

1. Assemblaggio di un singolo magnete diametrico. Il nastro adesivo giallo deve essere usato per indicare la magnetizzazione.
2. L'assemblaggio della buca magnetica PDL: viene mostrata anche la grafite in levitazione. Per piacere, non rimuovere i magneti dall'assemblaggio
3. Base di appoggio superiore con 3 viti
4. Base di appoggio inferiore
5. Misuratore di campo magnetico. Delle batterie vengono messe a disposizione per alimentare il misuratore di campo magnetico e viene messo a disposizione un cavo per connettere il misuratore di campo magnetico alla sonda a effetto Hall
6. Sonda a effetto Hall per il misuratore di Tesla
7. Sbarretta di grafite (mina di matita) con 4 diametri diversi HB/0.3, HB/0.5, HB/0.7, e HB/0.9. Prendi nota delle costanti e dei dati per il calcolo degli esatti diametri. Puoi aver bisogno di rompere le sbarrette di grafite riducendole alla lunghezza richiesta dal problema.
8. Cronometro
9. Lente d'ingrandimento

10. Pinzetta, antistatica
11. Sticker giallo rotondo per segnare la direzione di magnetizzazione (polo nord - polo sud) di un singolo magnete
12. "Insert-ruler" per misurare la posizione in altezza di levitazione della grafite
13. Stuzzicadenti per spostare la grafite
14. Pongo per fissare il magnete alla piattaforma
15. Riga

ISTRUZIONI E AVVERTENZE:

1. **Tieni il magnete singolo e l'assemblaggio del PDL (magnete doppio) lontani l'uno dall'altro. Possono urtarsi l'un l'altro e danneggiarsi!**
2. **Spegni il misuratore di campo magnetico se non lo stai adoperando per risparmiare le batterie!**
3. Per favore maneggia con cautela l'oggetto numero 7 e gli oggetti con i numeri da 11 a 14 dalla base di appoggio inferiore (numero 4) e poi sistema la base di appoggio superiore (numero 3) sulla base di appoggio inferiore.
4. Puoi usare le tre viti per aggiustare il livello della base di appoggio superiore.

DATI E COSTANTI:

Raggio del magnete diametrico	:	$R = 3.2 \text{ mm}$
Lunghezza del magnete diametrico	:	$L = 25.4 \text{ mm}$
Gap della buca del PDL	:	$g_M = 1.5 \text{ mm}$
Densità della grafite	:	$\rho = 1680 \text{ kg/m}^3$
Diametro della grafite "HB/0.3"	:	$d = 0.38 \text{ mm}$
Diametro della grafite "HB/0.5"	:	$d = 0.56 \text{ mm}$
Diametro della grafite "HB/0.7"	:	$d = 0.70 \text{ mm}$
Diametro della grafite "HB/0.9"	:	$d = 0.90 \text{ mm}$
Temperatura ambiente	:	$T = 298 \text{ K}$
Permeabilità magnetica nel vuoto	:	$\mu_0 = 1.257 \times 10^{-6} \text{ H/m}$
Costante di Boltzman	:	$k_B = 1.38064852 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
Accelerazione di gravità	:	$g = 9.8 \text{ m/s}^2$

C. Esperimento e domande

SEZIONE A. CARATTERISTICHE DI BASE DEL PDL

[1] Misurazione della magnetizzazione (M) del magnete (2.5 pt.)

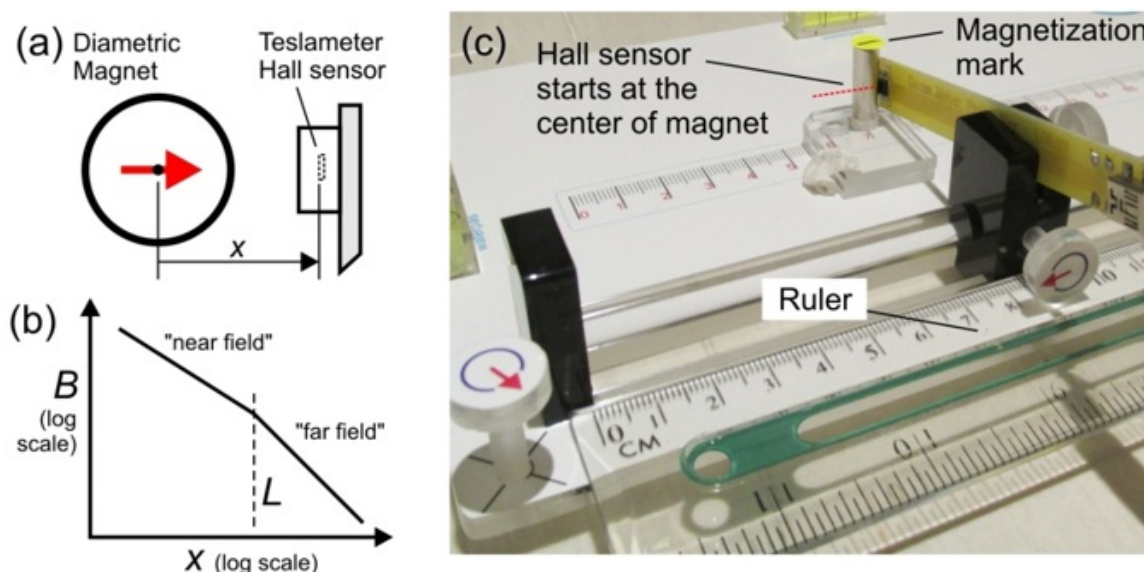


Figure 5. (a) Misurazione del campo magnetico. (b) Profilo del campo magnetico (c) Setup.

L'intensità della trappola magnetica dipende dal momento magnetico di dipolo totale del magnete m . Essa dipende dalla magnetizzazione M ovvero il dipolo magnetico per unità di volume ed è una caratteristica del materiale. Per il nostro magnete cilindrico:

$$M = \frac{m}{\pi R^2 L} \quad (1)$$

dove R è il raggio e L è la lunghezza del magnete (vedi Dati e Costanti). Si assume che il valore di M sia lo stesso per tutti i magneti usati in questo esperimento. Si studierà il profilo del campo magnetico e si determinerà la grandezza M del magnete diametrico utilizzato nella buca PDL.

Prendi l'assemblaggio del magnete diametrico singolo e monta l'esperimento come si vede nella Fig. 5c. Allinea il magnete in modo che la magnetizzazione (come si vede nella Fig 6a) punti verso il sensore della sonda a effetto Hall (campo magnetico). Misura l'intensità del campo magnetico lungo l'asse x usando il misuratore di campo magnetico.

Il profilo del campo magnetico B nel limite di campo vicino o "Dipole Line" fino a circa $x \leq 16$ mm vale:

$$B_I(x) = \frac{\mu_0 m}{2\pi x^3 L} \quad (2)$$

L'asse x è lungo l'asse della magnetizzazione del magnete diametrico come viene illustrato in Figura 6a; x si riferisce alla distanza dal centro del magnete diametrico al chip dentro il sensore della sonda a effetto

Hall. Per piacere per la questione dell'offset per la scelta dell'origine fai riferimento a quanto mostrato in figura 6b.

Le misurazioni vanno eseguite solo nella regione del "Campo vicino":

A.1	Registra il valore di zero (B_0) del misuratore di campo magnetico lontano da tutti i magneti. Sottrai questo dato nelle successive misurazioni di campo magnetico.	0.1 pt.
A.2	Misura il campo magnetico B in funzione di x nella regione di campo vicino ($7 \leq x \leq 16$ mm), dove x è la posizione misurata a partire dal centro del magnete. Registra e rappresenta graficamente i risultati ottenuti nel foglio risposta. Segui le istruzioni "HINT & DIRECTIONS" scritte qui sotto.	1.15 pt.
A.3	Usa i risultati sperimentali per trovare il valore dell'esponente p .	0.75 pt.
A.4	Determina la magnetizzazione M del magnete.	0.5 pt.

HINTS & DIRECTIONS:

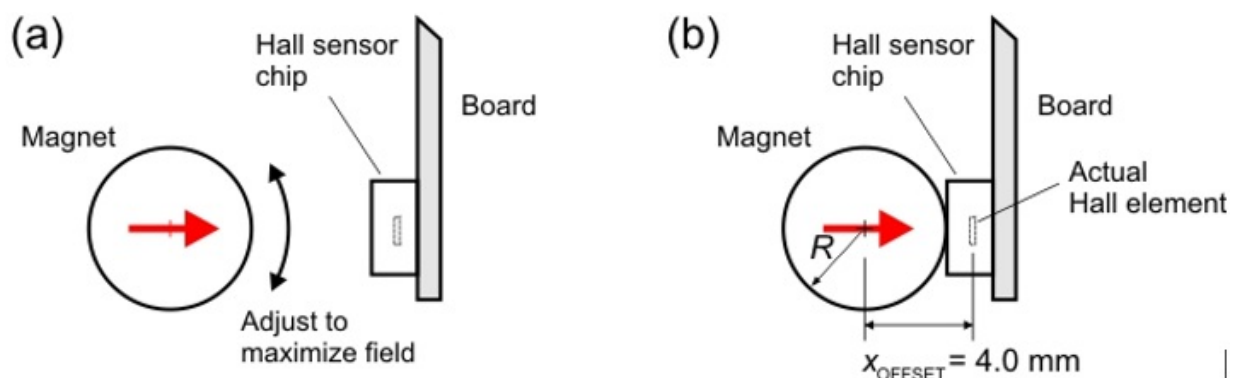


Figure 6. Misurazione del campo magnetico (a) Aggiustamento (b) Offset per la scelta dell'origine

1. **Spegni il misuratore di campo magnetico se non lo stai usando per non consumare le batterie**
2. Per il misuratore di campo magnetico, aspetta approssimativamente ~2 s prima di effettuare ogni misurazione.
3. Prendi nota che x è misurato a partire dal centro del magnete. Il raggio del magnete è $R = 3.2$ mm.
4. Usa il settaggio di misura raccomandato in figura "5c. Setup".
5. Guarda bene la Fig. 6a, aggiusta la rotazione del magnete facendo in modo che la sua magnetizzazione punti verso il sensore della sonda a effetto Hall per avere il massimo campo possibile. Puoi usare lo sticker giallo rotondo per segnare sul magnete la direzione della

magnetizzazione.

6. Quando il sensore della sonda Hall tocca il magnete la distanza effettiva fra il centro del magnete e il sensore della sonda Hall ha un valore di offset di: $x_{OFFSET} = 4 \text{ mm}$
7. Comincia a misurare con il sonda Hall a $x = 5 \text{ mm}$. Non usare i dati rilevati quando il sensore tocca il magnete ($x = 4 \text{ mm}$) poiché il sensore è saturato oppure la sonda si incurva mentre tocca il magnete.

[2] L'effetto di Levitazione Magnetica e la Suscettività Magnetica (χ) (1 pt.)

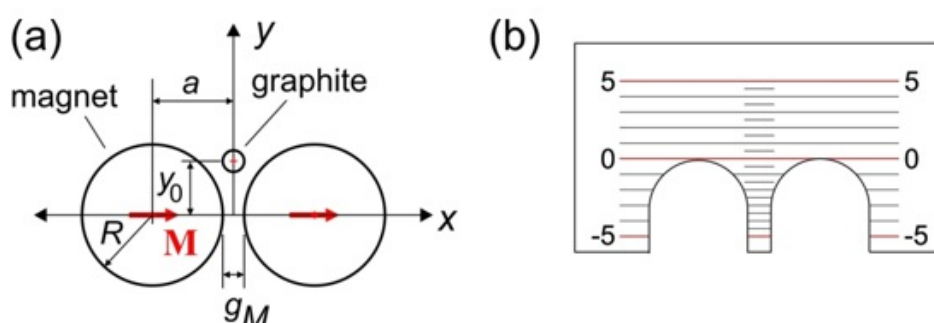


Figura 7. (a) L'effetto della levitazione magnetica nella trappola del PDL. (b) Inserisci il righello per misurare la posizione della levitazione (altezza della levitazione) y_0 .

Il PDL mostra anche un effetto di levitazione: la grafite levita al centro della buca all'altezza y_0 (posizione della grafite) come si vede nella Fig. 7(a). La grafite viene respinta dal magnete con una forza $F_M(y_0)$ che dipende dalla suscettività magnetica χ e dalla posizione della barra di grafite y_0 . La suscettività magnetica descrive quanto un materiale si magnetizza in risposta ad un campo magnetico applicato. Essa compare nella relazione $\mu = (1 + \chi)\mu_0$, dove μ è la permeabilità magnetica del materiale. La forza di repulsione magnetica sulla grafite nel PDL è data da:

$$F_M(y_0) = -\frac{\mu_0 M^2 \chi V_r}{2} \frac{R^4}{a^5} f\left(\frac{y_0}{a}\right) \quad (3)$$

Prendi nota che, quando $F_M(y_0)$ è positiva, la forza è diretta verso l'alto e la formula ha il segno negativo. Qui V_r indica il volume della barra di grafite, M la magnetizzazione di volume del magnete (trovata nella domanda 1), a è la posizione del centro del magnete data da $a = R + g_M/2$ (vedi Fig. 7a) ; g_M è la distanza fra i due magneti: $g_M = 1.5 \text{ mm}$. $f(u)$ è una funzione adimensionale per calcolare la forza magnetica repulsiva nella buca. Essa è data da

$$f(u) = \frac{4u(3-u^2)(1-u^2)}{(1+u^2)^5} \quad (4)$$

Posiziona con delicatezza un pezzo di grafite HB/0.5 lungo 8 mm nella buca. Misura la sua altezza di levitazione y_0 (vedi Fig. 7a).

A.5	Suggerimento. Usa il righello fornito come si vede in Fig. 7b. Premi il righello sui magneti per leggere la posizione della barra di grafite.	0.1 pt.
A.6	Usa il risultato trovato nel punto A.5 per determinare la suscettività magnetica χ della grafite.	0.8 pt.
A.7	Che tipo di materiale magnetico è la grafite? Scegli fra le proposte seguenti: (i) Ferromagnetico; (ii) Paramagnetico; o (iii) Diamagnetico?	0.1 pt.

[3] L'oscillazione nel potenziale a gobba di cammello e la suscettività magnetica (χ) (1 pts)

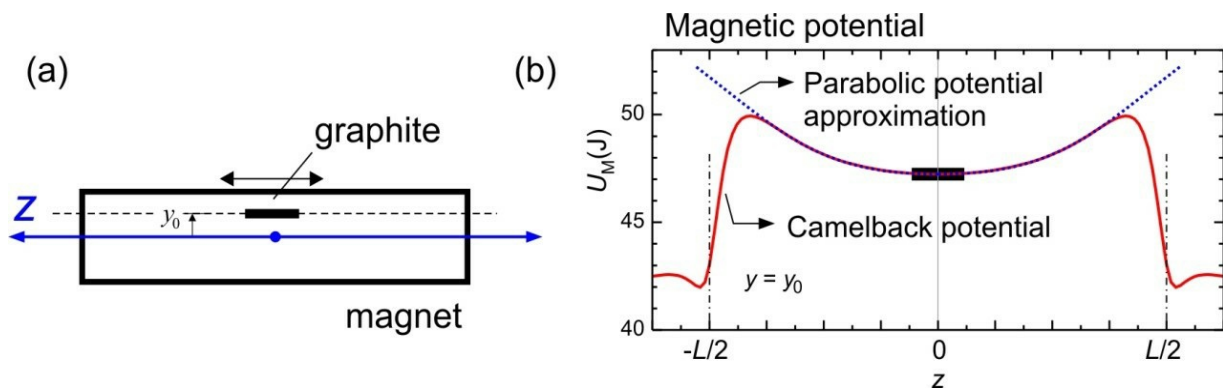


Figure 8. (a) Oscillazione della barra di grafite all'altezza y_0 . (b) Il potenziale a gobba di cammello del PDL e la sua approssimazione parabolica.

Si determina χ in un modo indipendente usando le oscillazioni nella buca di potenziale a gobba di cammello del PDL come si vede nella Fig. 8. Per piccole oscillazioni (ampiezza $z < 4$ mm) il potenziale magnetico può venire approssimato con una parabola (vedi la curva tratteggiata in Fig. 8b):

$$U_M = \frac{1}{2} k_z z^2 \quad (5)$$

dove k_z rappresenta la costante elastica di una molla e z è lo spostamento del centro di massa della barra di grafite. La costante elastica k_z dipende dalla magnetizzazione M del magnete (già trovata nella domanda 1) e χ :

$$k_z = -C_1 \mu_0 \chi M^2 V_r \quad (6)$$

dove μ_0 è la permeabilità magnetica, V_r è il volume della grafite, $C_1 = 198.6 \text{ /m}^2$ è una costante adatta per questa trappola magnetica.

Fai cadere delicatamente la barra di grafite al centro della trappola magnetica. Aggiusta il livello della base di appoggio con le viti facendo in modo che la mina stia al centro della trappola. Sposta la mina dalla posizione di equilibrio con lo stuzzicadenti per farla oscillare nel potenziale a gobba di cammello.

A.8	Metti in oscillazione una grafite "HB/0.5" lunga $l = 8$ mm facendo in modo che compia delle piccole oscillazioni di ampiezza $A < 4$ mm. Misura il periodo delle piccole oscillazioni. (L'oscillazione è smorzata per effetto di forze frenanti, ma puoi ignorarne l'effetto).	0.2 pt.

A.9	Calcola la suscettività magnetica (χ) della grafite usando le sue oscillazioni.	0.8 pt.
-----	--	---------

[4] Il fattore di qualità (Q) dell'oscillatore e la stima della viscosità dell'aria (3 pt.)

Si osserva che l'oscillazione della barra di grafite è frenata dall'attrito con l'aria. Si vuole capire qual è la dipendenza dell'attrito dalla forma della sbarretta di grafite (diametro e lunghezza) per stimare la viscosità dell'aria μ_A .

Il moto della grafite può essere modellizzato come un oscillatore smorzato nel modo seguente: $z(t) = Ae^{-t/\tau} \sin(\omega t)$. La funzione è rappresentata nella Fig. 3(a). A è l'ampiezza iniziale $\omega = 2\pi f$ è la frequenza angolare e t è il tempo. L'ampiezza diminuisce col tempo di un fattore $\exp(-t/\tau)$ dove τ è la costante tempo di smorzamento. Il "fattore di qualità" è definito da $Q = \omega\tau/2$. Se $Q > 0.5$, le oscillazioni sono poco smorzate. $Q = 0.5$ è un valore limite. Se $Q < 0.5$, le oscillazioni sono molto smorzate.

Il fattore di qualità è importante per progettare un PDL che possa fungere da sismografo o da tiltmetro.

Si calcoli la costante tempo di smorzamento τ approssimando la sbarra cilindrica come un lungo elissoide e si calcoli la forza di trascinamento di Stokes. La costante tempo di smorzamento è data da:

$$\tau = \frac{2}{3} \frac{\rho r^2}{\mu_A} \ln \left(0.607 \times \frac{l}{r} \right) \quad (7)$$

dove ρ , r e l sono rispettivamente la densità di massa, il raggio e la lunghezza della barra di grafite e μ_A è la viscosità dell'aria. Si vuole stimare la viscosità dell'aria usando questo modello.

A.10	E' necessario determinare la costante tempo di smorzamento τ dell'oscillazione. Illustra con uno schema come puoi misurare τ in <i>un modo semplice</i> .	0.5 pt.
A.11	Esegui gli esperimenti di oscillazione forzata con un gruppo di barre di grafite di diverso diametro e lunghezza fissata di 8 mm. Determina la costante tempo di smorzamento τ per ciascuna barra di grafite.	1.5 pt.
A.12	Determina la viscosità dell'aria μ_A .	1.0 pt.

SEZIONE B. APPLICAZIONI DEL SENSORE

[5] SISMOGRAFO PDL Trap (0.5 pt.)

Supponi di progettare un sismografo utilizzando questo PDL trap. Per l'applicazione sismometrica vogliamo un dispositivo ad alta sensibilità o in altri termini con un "rumore di fondo" per l'accelerazione molto basso, che corrisponde al più piccolo valore dell'accelerazione misurabile. Questo rumore di fondo dell'accelerazione è dato (in unità di $\text{m}/(\text{s}^2 \text{Hz}^{0.5})$) da:

$$a_n = \sqrt{\frac{4k_B T \omega}{Q m_R}} \quad (8)$$

dove k_B è la costante di Boltzmann, T è la temperatura (vedi Costanti e Dati), e m_R è la massa della barra di grafite, tutte sono in unità del SI. Nella domanda 4 hai misurato τ per diversi diametri della

grafite. Scegliene uno, quello che pensi sia il migliore per realizzare il sismografo.

B.1	Che diametro della barra di grafite hai scelto?	0.2 pt.
B.2	Calcola il rumore di fondo dell'accelerazione del sismografo (a_n) per la barra di grafite che hai scelto.	0.3 pt.

[6] Tiltmetro PDL Trap (2 pt.)

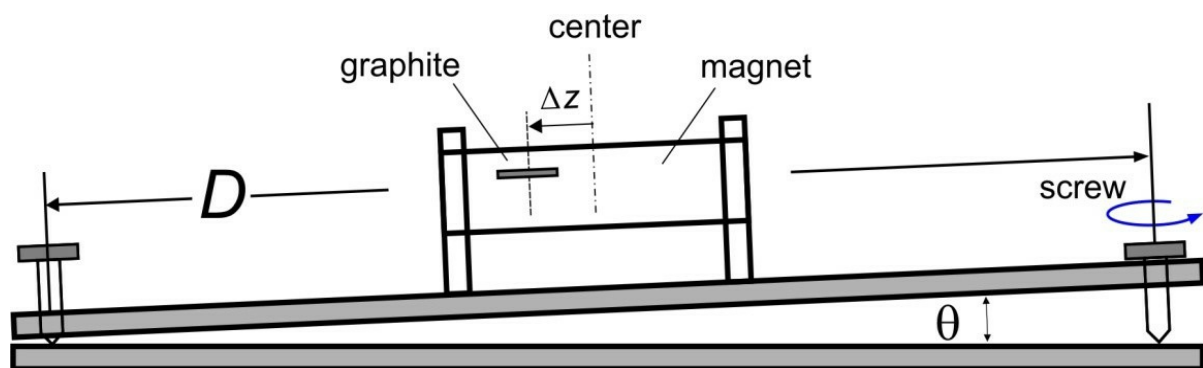


Figura 9. PDL trap utilizzato come tiltmetro

Si studi l'utilizzo del PDL come tiltmetro molto sensibile per monitorare un vulcano. La variazione nell'inclinazione del terreno viene simulata ruotando la vite e si vuole determinare il passo della vite S dove S rappresenta il cambiamento di altezza della base di appoggio superiore in prossimità della vite per un giro della vite. Si mostri che misurando lo spostamento della barra di grafite nella PDL trap si può misurare con estrema precisione la variazione di inclinazione (tilt).

In questa misura usa la mina HB/0.5 e una lunghezza $l = 8$ mm. Inizia dalla posizione centrale. Si assuma che il potenziale a gobba di cammello possa essere approssimato come un potenziale armonico come nella domanda 3:

B.3	Ricava teoricamente la relazione tra lo spostamento Δz e il passo della vite S e il numero di rotazioni (N).	0.5 pt.
B.4	Ruotando la vite lentamente, determina lo spostamento della barra di grafite Δz in funzione del numero di giri della vite (N). Determina il passo S .	1.25 pt.
B.5	Quando l'inclinazione del terreno cambia si vuole che la barra di grafite vada all'equilibrio il più velocemente possibile (invece di subire un'oscillazione molto prolungata) allo scopo di ottenere una lettura facile. Qual è il fattore Q ideale per un tiltmetro?	0.25 pt.