

Determinazione del gradiente dell'indice di rifrazione e del coefficiente di diffusione di una soluzione salina mediante misure di deflessione della luce laser

I. Introduzione

La diffusione è un processo che coinvolge il movimento casuale degli atomi o delle molecole che porta il sistema verso il suo equilibrio termodinamico. Per esempio, se un recipiente contiene una miscela di acqua e soluzione salina, ci sarà un flusso diffusivo delle molecole del sale dalle zone di alta concentrazione salina verso zone di bassa concentrazione salina. La velocità di diffusione è caratterizzata dal coefficiente di diffusione D . La diffusione riveste un ruolo principale in un'ampia varietà di processi, dalla biochimica all'astrofisica. Nel seguente problema sperimentale verrà studiata la diffusione delle molecole del sale. Le molecole del sale si muovono diffusivamente dalla soluzione salina verso la regione di acqua distillata, producendo uno strato di transizione di concentrazione di sale variabile. L'indice di rifrazione di questa soluzione dipende dalla concentrazione del sale. Pertanto, possiamo studiare il processo di diffusione mediante esperimenti ottici usando metodi di deflessione del fascio di una luce laser.

II. Scopi

1. Determinare il coefficiente di diffusione di una soluzione salina in acqua misurando il gradiente dell'indice di rifrazione.
2. Determinare la velocità di cambiamento del coefficiente di diffusione rispetto alla variazione della concentrazione della soluzione salina.

III. Lista dei materiali

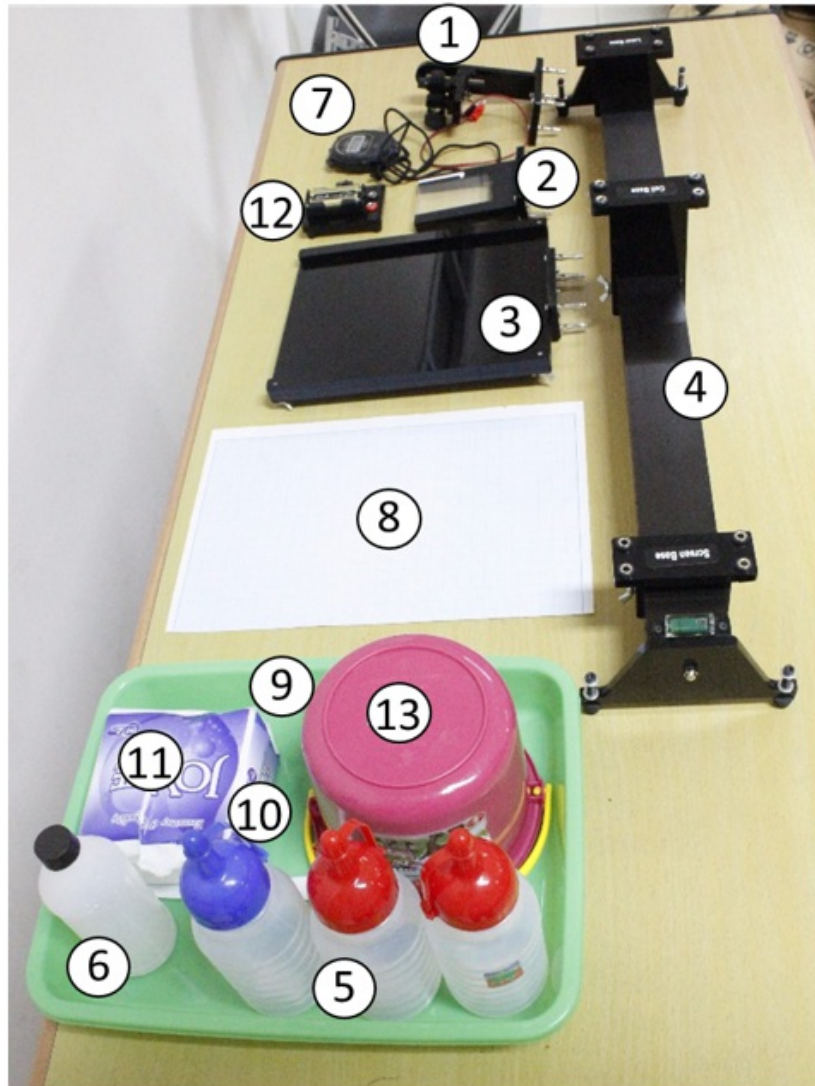


Figura 1. Materiali per questo esperimento.

1. Modulo che genera un pennello di luce laser (composto da un diodo laser di $\lambda = 632 \text{ nm}$ e lente cilindrica)
2. Cella di diffusione ($6.5 \text{ cm} \times 0.8 \text{ cm} \times 6.5 \text{ cm}$) con supporto
3. Schermo con supporto
4. Banco ottico con misuratore di distanza
5. Soluzioni di acqua e sale
6. Acqua distillata (Aquadest)
7. Cronometro
8. Carta con scala (blocco di carta millimetrata)
9. Pipette (contagocce)

Italy

10. Coltello + tessuto, per pulizia
11. Tessuto
12. Batteria
13. Recipiente dove gettare la soluzione di acqua e sale utilizzata

Un disegno schematico dell'apparato sperimentale viene mostrato nella Figura 2.

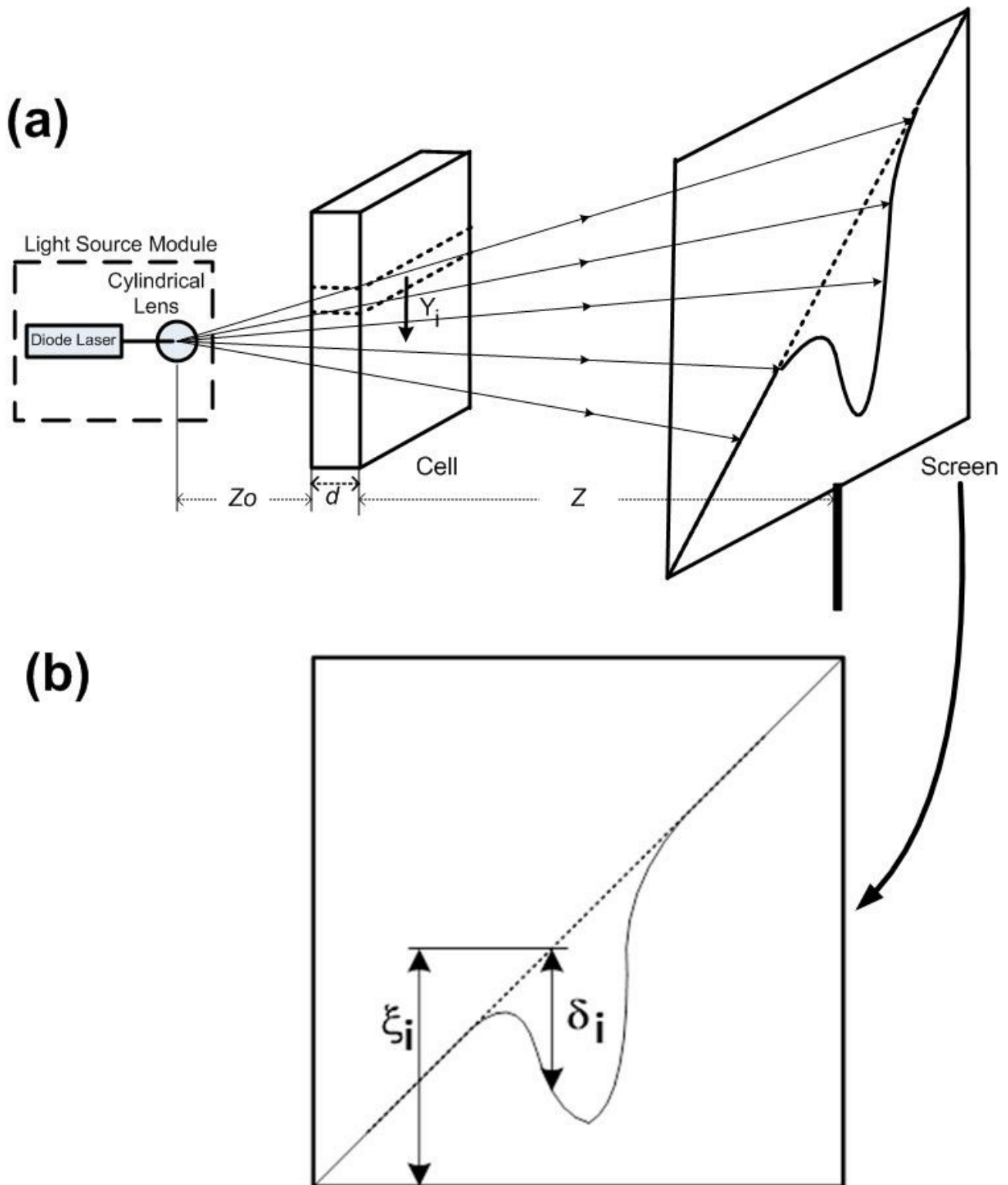


Figura 2. (a) Disegno schematico dell'esperimento. **La cella contiene una soluzione di sale e acqua con acqua distillata (aquadest) sopra di essa. (b)** Tipico diagramma della deflessione, il fascio laser deflesso che appare sullo schermo quando si verifica la diffusione tra la soluzione 1 e la soluzione 2.

Per ottenere il profilo del gradiente dell'indice di rifrazione come funzione della coordinate verticale nel fluido dobbiamo mettere in relazione la coordinate verticale sullo schermo (ξ) con la coordinate verticale della posizione nella cella (Y), e collegare la deflessione verticale (δ) al gradiente dell'indice di rifrazione (dn/dY). Dalla geometria dell'apparato sperimentale (vedi Figura 2) otteniamo:

$$Y_i = \frac{\xi_i Z_0}{Z_0 + d + Z} \quad (1)$$

dove Z_0 , Z , e d , mostrati nella Figura 2(a) indicano, rispettivamente, la distanza tra il modulo della sorgente luminosa e la cella di diffusione, la distanza tra la cella di diffusione e lo schermo e lo spessore della cella. **Per misurare Z_0 , la linea segnata sul modulo del laser indica la posizione della lente cilindrica.**

Lo spessore della cella (d) e il gradiente dell'indice di rifrazione sono entrambi sufficientemente piccoli da poter trascurare lo spostamento in verticale del singolo raggio dentro la cella. In questa condizione limite ogni raggio viaggia ad altezza praticamente costante all'interno della cella ed è deflesso una sola volta dall'indice di rifrazione corrispondente a questa altezza.

Si può mostrare che:

$$\left(\frac{dn}{dY} \right)_i = \frac{\delta_i}{Zd} \quad (2)$$

Procedure sperimentali:

- Per ottenere sullo schermo la traccia del raggio laser deflessa (come mostrato in Figura 2b) è necessario assemblare tutti i componenti raffigurati in Figura 1 seguendo lo schema mostrato nella Figura 2(a).

- Assicurarsi che il laser sia acceso e il suo tracciato e la sua proiezione sullo schermo abbiano una direzione obliqua quando urta la cella di diffusione. Aggiustare Z e Z_0 e la lunghezza focale del laser (ruotando la rotellina posteriore del laser) in modo da ottenere una traccia luminosa e focalizzata. Puoi inoltre aggiustare l'orientamento della linea obliqua sullo schermo mediante la rotazione dell'intero laser (allenta il fermo posto sulla parte alta del laser). In assenza di acqua o di soluzione salina nella cella si vedrà un fascio laser obliquo e rettilineo.
- La traccia laser deflessa sarà visibile quando due diverse soluzioni si vengono a mescolare per diffusione. Assicurarsi di versare nella cella prima la soluzione salina fino al limite indicato dalla linea bianca. Far cadere lentamente nella cella circa quaranta gocce di acqua pura utilizzando una pipetta. Far partire a questo punto il cronometro per misurare la durata del tempo di diffusione delle due soluzioni. Se la scelta di Z , Z_0 , e l'altezza del laser sono stati già ottimizzati, la traccia laser deflessa sullo schermo sarà centrata, visibile ed avrà un avvallamento massimo. Bisogna individuare questa configurazione ottimale al fine di minimizzare gli errori di misura.
- Dopo 30 minuti è possibile ricalcare con una matita la traccia laser sul foglio di carta millimetrata attaccato allo schermo. Si noti che in questo esperimento verrà chiesto di fare misure per tre differenti valori della concentrazione di sale (cioè $C_0 = 23$ g/150 ml, $C_0 = 28$ g/150 ml e $C_0 = 33$ g/150 ml). Per questo motivo sarà necessario sostituire spesso la carta millimetrata. La carta millimetrata deve essere inserita sullo schermo allentando o stringendo le viti attaccate agli angoli dello schermo.

- Ricordatevi di scrivere il vostro numero studente e la concentrazione della soluzione utilizzata su questo foglio di carta millimetrata.

IV. Esperimenti e consegne da svolgere

A: Misurazione del gradiente dell'indice di rifrazione di una soluzione di acqua e sale (4.5 points)

Devi svolgere i punti qui sotto per tutte e tre le concentrazioni di sale. Non è richiesto il calcolo degli errori di misura.

A.1	Esegui l'esperimento per ottenere la traccia della deflessione del laser sullo schermo. Usando una matita ricalca la traccia del laser sulla carta millimetrata attaccata allo schermo dopo un tempo di diffusione (t) di 30 minuti.	1.2 pt.
A.2	Misura Z , d , Z_0 , ξ_i e δ_i (con $i = 1, \dots, 20$ vengono indicati i valori sperimentali che corrispondono a diverse posizioni orizzontali) dalla traccia del laser che hai disegnato sulla carta millimetrata dopo il tempo di diffusione (t) di 30 minuti. I parametri Z , d , Z_0 , ξ_i e δ_i sono espressi in cm. Si noti che Z , d e Z_0 sono gli stessi per tutte le misurazioni. Registra, infine, i risultati nella Tabella 1.	1.5 pt.
A.3	Calcola Y_i e $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ (con $i = 1, \dots, 20$) dopo la durata (t) del processo di diffusione di 30 minuti. Si noti che Z , d e Z_0 sono gli stessi per tutte le misurazioni. Registra i risultati in Tabella 2. Disegna il grafico di $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ in funzione di Y_i sempre per $t = 30$ minuti.	1.5 pt.
A.4	Determina il valore di Y_i per il valore di $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ massimo ottenuto nel quesito A3. Assegna ad h questo valore di Y_i .	0.3 pt.

B. Determinazione del coefficiente di diffusione (4.2 points)

Le curve ottenute dalla risposta alla domanda A3 possono essere descritte usando le seguenti equazioni:

$$\left(\frac{dn}{dY}\right)_i = \left(\frac{dn}{dC}\right) \left(\frac{dC}{dY}\right)_i \quad (3)$$

$$\left(\frac{dC}{dY}\right)_i \approx \frac{C_o}{2\sqrt{\pi Dt}} e^{-\frac{(h-Y_i)^2}{4Dt}} \quad (4)$$

dove C_0 , D , t , h indicano rispettivamente la concentrazione iniziale della soluzione salina, il coefficiente di diffusione, la durata del processo di diffusione, e il valore di Y_i nel punto di massimo del gradiente dell'indice di rifrazione (dn/dY). Si noti che (dn/dC) è costante. Il coefficiente di diffusione può essere ottenuto utilizzando le equazioni (3) e (4) in modo da ottenere una relazione lineare tra (dn/dY)_i e Y_i .

B.1	Riferendosi alle equazioni (3) e (4), determina le funzioni $f\left(\frac{dn}{dY}\right)$ e $g(Y)$ in modo tale che la dipendenza tra $f\left(\frac{dn}{dY}\right)$ e $g(Y)$ sia lineare.	0.9 pt.
B.2	Costruisci una tabella (Tabella 3 nel foglio risposte) con i valori ottenuti dalle equazioni di linearizzazione di B1 a partire dai dati sperimentali determinati nella parte A, che sia completa anche delle intestazioni dell'asse delle ascisse e dell'asse delle ordinate. Riporta in un grafico i dati della tabella.	1.8 pt.
B.3	Determina il coefficiente di diffusione D dal grafico lineare ottenuto da B2 per l'insieme dei dati dopo un tempo $t = 30$ minuti. Si noti che la dipendenza lineare potrebbe valere solo per un sottoinsieme dei tuoi dati.	1.5 pt.

C. Diffusione non lineare (1.3 points)

C.1	L'analisi precedente assume che D sia indipendente da C . Se questo non è vero, abbiamo la cosiddetta diffusione non lineare. In ogni caso, vicino al massimo di $\frac{dn}{dY}$ possiamo considerarla come una diffusione lineare, con il coefficiente di diffusione che corrisponde al valore della concentrazione locale stimata al punto di massimo. Determina graficamente il tasso di cambiamento del coefficiente di diffusione in funzione del cambiamento della concentrazione della soluzione salina usando i dati della parte B.	1.3 pt.
------------	---	---------