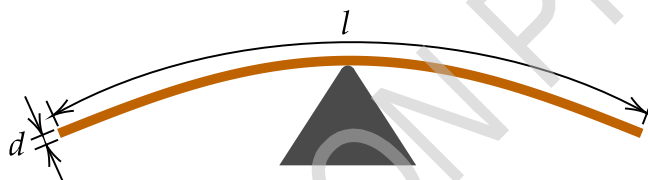


Leggi di scala (8 punti)

Le leggi di scala descrivono la relazione funzionale tra due grandezze fisiche che sono collegate tra loro in un intervallo di variabilità molto ampio. Questa relazione funzionale in genere è una legge di potenza, ma esistono anche altre possibilità. Spesso è assai difficile scrivere l'espressione esatta della relazione, tuttavia si riescono comunque a ricavare le leggi di scala.

Parte A. Uno 'Spaghetto' (2,0 punti)

- A.1** Uno spaghetti di diametro d viene bilanciato orizzontalmente nel suo centro come in figura. Se $d = 1$ mm, lo spaghetti si rompe sotto il suo stesso peso quando la sua lunghezza raggiunge $l = 50$ cm. Qual è la lunghezza massima l' di uno spaghetti di diametro $d' = 1$ cm prima che si rompa sotto il suo stesso peso? 2.0pt



Parte B. Castello di sabbia (2,0 punti)

- B.1** Il volume medio dei grani della sabbia a grana grossa è 10 volte superiore a quello della sabbia a grana fine. La sabbia a grana fine bagnata e la sabbia a grana grossa bagnata hanno entrambe un contenuto ottimale di acqua (da cui si assuma che si abbia la massima forza di resistenza) e vengono utilizzate per costruire due cilindri esattamente della stessa forma e dimensione. La resistenza di ciascun cilindro viene testata premendolo tra due piastre parallele. Il cilindro fatto di sabbia a grana grossa si distrugge quando la forza applicata per premere le piastre raggiunge $F_c = 10$ N. Quanto è grande la forza F_f necessaria per distruggere il cilindro di sabbia a grana fine? Potete ignorare gli effetti della gravità. 2.0pt

Parte C. Viaggi interstellari (2,0 punti)

- C.1** L'astronave di una spedizione interstellare viaggia ad una accelerazione costante $g = 10 \text{ m/s}^2$, cioè questa è l'accelerazione dell'astronave nel sistema di riferimento inerziale dove è istantaneamente ferma. I passeggeri devono essere in grado di tornare sulla Terra entro la loro vita residua prevista di 50 anni. La distanza massima dalla Terra raggiunta dall'astronave è d . Se l'accelerazione viene aumentata a $g' = 15 \text{ m/s}^2$, l'astronave può raggiungere una distanza maggiore d' . Qual è il rapporto d'/d ? 2.0pt

Suggerimento 1. Potresti voler usare la formula di addizione relativistica della velocità, tuttavia, ci sono anche altri approcci.

Suggerimento 2. Potrebbe essere necessario gestire le funzioni iperboliche definite come segue: $\cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$, $\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$, $\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

Suggerimento 3. A seconda del tuo approccio, potresti aver bisogno di uno o più di questi integrali: $\int \frac{dx}{1-x^2} = \operatorname{atanh} x + C$, $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \operatorname{asinh} x + C$, $\int \sinh x dx = \cosh x + C$, dove $\operatorname{asinh} x$ e $\operatorname{atanh} x$ sono le funzioni inverse delle rispettive funzioni iperboliche.

Parte D. La sensazione di affondamento (2,0 punti)

- D.1** Una palla di legno solida di raggio r_0 galleggia nell'acqua. Ignorando gli effetti dell'attrito, la frequenza delle piccole oscillazioni sarebbe ω_0 , ma a causa dell'attrito viscoso, dopo essere stata spostata verticalmente, la frequenza delle oscillazioni decrescenti è in realtà $0.99\omega_0$. Qual è il raggio minimo r_{\min} di una sfera di legno che galleggia in acqua e che subisce piccole oscillazioni quando viene spostata? 2.0pt

Suggerimento: la forza di resistenza viscosa che agisce su un dato corpo è proporzionale alla sua velocità rispetto al fluido e alla viscosità η del fluido stesso in cui si sta muovendo. L'unità della viscosità è $\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$.