OLIMPIADI DI FISICA 2000

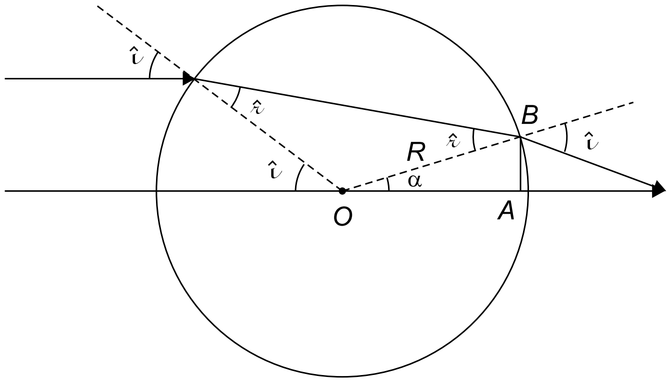
Gara Nazionale: Prova teorica - SOLUZIONI

14 aprile 2000

PROBLEMA n. 1 – Tre in uno!

A

Si considerino i percorsi descritti da un raggio estremo e da un raggio centrale del fascio, rappresentati nella figura in sezione (il raggio del fascio luminoso è esagerato rispetto al raggio della sfera per la chiarezza del disegno). Il fascio è focalizzato esternamente alla sfera se e solo se il segmento $\overline{\mathrm{AB}}$ ha una lunghezza diversa da zero, $\overline{\mathrm{AB}} > 0$.



Dalla geometria del sistema e con i simboli definiti in figura si ricava

$$\overline{\mathrm{AB}} = R \operatorname{sen} \alpha = R \operatorname{sen}(2\hat{r} - \hat{\imath}) \ . \tag{1}$$

Il fascio è sottile, cioè di dimensioni trasversali trascurabili rispetto al raggio R della sfera, pertanto il problema può essere risolto in approssimazione parassiale. In tale caso la legge della rifrazione assume la forma $\hat{\imath} \approx n\,\hat{r}$ e la (1) diventa

$$\overline{\mathrm{AB}} = R \operatorname{sen}(2\hat{r} - \hat{\imath}) \approx R\,(2\hat{r} - \hat{\imath}) \approx R\frac{\hat{\imath}}{n}\,(2 - n) \ .$$

Si ottiene quindi

$$\overline{\mathrm{AB}} \approx R\frac{\hat{\imath}}{n}\,(2 - n) > 0 \quad \Rightarrow \quad n < 2 \, .$$

B

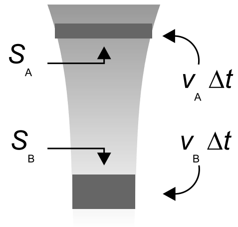
La quantità d'acqua Δm che attraversa nell'unità di tempo una sezione qualsiasi del flusso è costante nel tempo. Indicando, come mostrato in figura, con A e B due sezioni del flusso, ciò significa che deve valere la relazione

$$\frac{\Delta m_{\mathrm{A}}}{\Delta t} = \frac{\Delta m_{\mathrm{B}}}{\Delta t}$$

cioè

$$\frac{\rho \Delta V_\mathrm{A}}{\Delta t} = \frac{\rho \Delta V_\mathrm{B}}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho S_\mathrm{A}\, v_\mathrm{A}\, \Delta t}{\Delta t} = \frac{\rho S_\mathrm{B}\, v_\mathrm{B}\, \Delta t}{\Delta t} \quad \text{da cui} \quad S_\mathrm{A}\, v_\mathrm{A} = S_\mathrm{B}\, v_\mathrm{B}\,, \tag{1}$$

avendo indicato con ρ la densità, con V il volume, con S la sezione e con v la velocità dell'acqua.



Dalla (1) si ottiene

$$\pi\, R^2\, v_0 = \pi\, r^2\, v \quad \Rightarrow \quad v = v_0 \left(\frac{R}{r}\right)^2 . \tag{2}$$

Dalla conservazione dell'energia meccanica della massa d'acqua Δm quando scende di un tratto h si ha

$$\frac{1}{2}\Delta m\, v_0^2 + \Delta m\, g\, h = \frac{1}{2}\Delta m\, v^2 . \tag{3}$$

Sostituendo la v data dalla (2) nella (3), si esplicita r in funzione di h e v_0. Si ottiene in definitiva

$$r = R \sqrt[4]{\frac{v_0^2}{v_0^2 + 2\, g\, h}} .$$

C

Nel ciclo compiuto dal gas la trasformazione $1 \to 2$ mantiene costante il rapporto V^2/T, quindi $V_2 = \sqrt{2}\, V_1$ da cui risulta anche $p_2 = \sqrt{2}\, p_1$. La trasformazione $2 \to 3$ è isovolumica fino a quando risulta $T_3 = (1/2)\, T_2 = T_1$: ciò impone anche

$$p_3 = \frac{1}{2} p_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\, p_1 .$$

Analogamente si procede per ottenere i valori di p, V e T relativi al vertice 4 del ciclo fino ad ottenere la tabella che segue.

Stato	Pressione	Volume	Temperatura
1	p_1	V_1	T_1
2	$\sqrt{2}\, p_1$	$\sqrt{2}\, V_1$	$2\, T_1$
3	$(1/\sqrt{2})\, p_1$	$\sqrt{2}\, V_1$	T_1
4	$(1/2)\, p_1$	V_1	$(1/2)\, T_1$

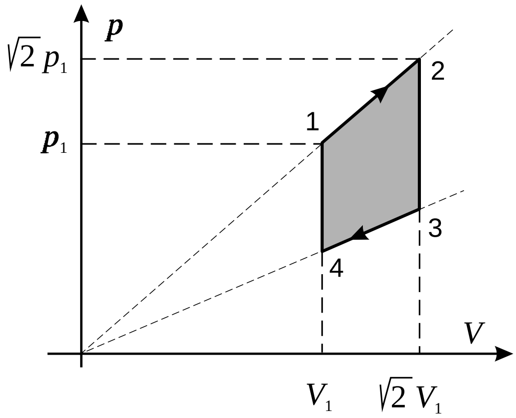
Nel piano $V - p$ le trasformazioni $1 \to 2$ e $3 \to 4$ sono rappresentate da segmenti; infatti dal rapporto tra le relazioni

$$\frac{V^2}{T} = \text{cost} \quad \text{e} \quad P\, V = n\, R\, T$$

si ottiene

$$\frac{P}{V} = \text{cost} .$$

Da questa considerazione e dai dati in tabella è possibile rappresentare il ciclo nel piano $V - p$. Con riferimento al grafico è poi immediato calcolare il lavoro compiuto dal gas nell'intero ciclo.



Impostando il calcolo come la sottrazione delle aree di due trapezi rettangoli, e riferendosi sempre ai valori dello stato 1, si ha

$$W = \frac{1}{2}(p_2 + p_1)(V_2 - V_1) - \frac{1}{2}(p_3 + p_4)(V_3 - V_4) = \frac{1}{4}\, n\, R T_1\,.$$

Nel ciclo il gas assorbe calore durante le trasformazioni $1 \to 2$ e $4 \to 1$. Considerando che si tratta di un gas biatomico (calore molare $C_V = 5/2\, R$) risulta

$$Q_{\rm ass} = Q_{12} + Q_{41} = \frac{5}{2}\, n\, R\, (T_2 - T_1) + \frac{1}{2}(V_2 - V_1)(p_1 + p_2) + \frac{5}{2}\, n\, R\, (T_1 - T_4) = \frac{17}{4}\, n\, R T_1\,.$$

Alternativamente, si sarebbe potuto ottenere il calore assorbito calcolando l'intera variazione di energia interna fra lo stato 4 e lo stato 2 ed aggiungere a questo valore il lavoro fra lo stato 1 e lo stato 2. Segue in definitiva che il rendimento vale $\eta = W/Q_{\rm ass} = 1/17 = 0.059$.

Con i dati numerici presenti sul grafico inserito nel testo, si ottiene per il lavoro il valore $W = 623\,\mathrm{J}$.

PROBLEMA n. 2 – Un cilindro tra due superfici

Quesito n. 1.

Tra i raggi del cilindro e delle superfici valgono le seguenti relazioni

$$R_{\rm A} - R_{\rm B} = 2r \quad \text{e} \quad R_{\rm A} = 2R_{\rm B} \quad \Rightarrow \quad R_{\rm A} = 4r \quad \text{e} \quad R_{\rm B} = 2r\,.$$

Si indichino con P e P' i due punti rispettivamente del cilindro e della superficie A posti a contatto tra loro e con Q e Q' i due punti rispettivamente del cilindro e della superficie B posti a contatto tra loro.

Indicando con v la velocità del centro di massa del cilindro, si ha

$$v = \omega_{\rm C}\, (R_{\rm B} + r) = 3\,\omega_{\rm C}\, r\,,$$

$$v_{\rm P} = v + \omega\, r = (3\,\omega_{\rm C} + \omega)\, r\,,$$

$$v_{\rm P'} = \omega_{\rm A}\, R_{\rm A} = 4\,\omega_{\rm A}\, r\,,$$

$$v_{\rm Q} = v - \omega\, r = (3\,\omega_{\rm C} - \omega)\, r\,,$$

$$v_{\rm Q'} = \omega_{\rm B}\, R_{\rm B} = 2\,\omega_{\rm B}\, r\,.$$

Dalla condizione che il cilindro ruota senza scivolare si ricava

$$v_{\rm P} = v_{\rm P'} \quad \text{e} \quad v_{\rm Q} = v_{\rm Q'}\,,$$

cioè

$$\begin{cases} (3\,\omega_{\rm C} + \omega)\, r = 4\,\omega_{\rm A}\, r \\ (3\,\omega_{\rm C} - \omega)\, r = 2\,\omega_{\rm B}\, r \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \omega = 2\,\omega_{\rm A} - \omega_{\rm B} \\ \omega_{\rm C} = \dfrac{1}{3}\,(2\,\omega_{\rm A} + \omega_{\rm B}) \end{cases} \qquad (1)$$

Quesito n. 2.

Il periodo di rotazione T del centro di massa del cilindro intorno ad O è

$$T = \frac{2\,\pi}{\omega_{\rm C}}\,.$$

Se la superficie A viene mantenuta ferma, allora $\omega_{\rm A} = 0$ e dalle (1) si ottiene $\omega_{\rm C} = \omega_{\rm B}/3$. Pertanto $T = 1\,{\rm s}$.

Quesito n. 3.

Nel caso che il cilindro non ruoti intorno al proprio asse di simmetria, $\omega = 0$. In tale situazione dalle (1) si ottiene

$$\omega_{\rm B} = 2\,\omega_{\rm A} \quad \text{e} \quad \omega_{\rm C} = \frac{2}{3}\omega_{\rm B}\,.$$

La velocità del centro di massa vale pertanto $v = 3\,\omega_{\rm C}\,r = 2\,\omega_{\rm B}\,r = 75.4\,{\rm cm\,s^{-1}}$.

Quesito n. 4.

Nel caso che il centro di massa del cilindro rimanga immobile, $\omega_{\rm C} = 0$. In tale situazione delle (1) si ottiene

$$\omega_{\rm A} = -\omega_{\rm B}/2 = -9.42\,{\rm rad/s} \quad \text{e} \quad \omega = -2\omega_{\rm B} = -37.7\,{\rm rad/s}\,.$$

La superficie A ed il cilindro ruotano in senso antiorario.

In alternativa, con centro di massa del cilindro fermo, i due punti P e Q (e quindi P' e Q') si devono muovere con velocità opposte e uguali in modulo; ciò porta subito alle relazioni $\omega_{\rm A} = -\omega_{\rm B}/2$ e $\omega = -2\omega_{\rm B}$.

Quesito n. 5.

Nella situazione del quesito precedente l'energia cinetica K del sistema vale

$$K = \frac{1}{2}\,I_{\rm B}\,\omega_{\rm B}^2 + \frac{1}{2}\,I\,\omega^2 + \frac{1}{2}\,I_{\rm A}\,\omega_{\rm A}^2\,,$$

avendo indicato rispettivamente con $I_{\rm A}$, $I_{\rm B}$ e I il momento d'inerzia delle superfici A e B rispetto ad O e del cilindro rispetto al proprio centro di massa. Per una superficie cilindrica di massa μ e raggio a il momento d'inerzia vale $I = \mu\,a^2$, mentre per un cilindro pieno $I = \mu\,a^2/2$. Si ha dunque

$$K = \frac{1}{2}\,M_{\rm B}\,R_{\rm B}^2\,\omega_{\rm B}^2 + \frac{1}{4}\,m_0\,r^2\,\omega^2 + \frac{1}{2}\,M_{\rm A}\,R_{\rm A}^2\,\omega_{\rm A}^2 = \frac{17}{4}\,m_0\,\omega^2\,r^2 = 96.6\,{\rm mJ}\,.$$

Quesito n. 6.

Il cilindro incastrato non può più ruotare intorno al proprio asse e dunque tutto il sistema ruota insieme ad una velocità angolare ω' che si trova imponendo la conservazione del momento angolare $\vec{L}$.

Il momento angolare iniziale $\vec{L}_0$ del sistema rispetto al punto O è

$$\vec{L}_0 = \vec{L}_{\rm A} + \vec{L}_{\rm B} + \vec{L}_{\rm C}\,.$$

Tenendo presente che nella situazione considerata la superficie A ed il cilindro ruotano in senso antiorario, il centro di massa del cilindro è fermo e che il momento angolare del cilindro rispetto al punto O è dato dalla somma del momento angolare del centro di massa più il momento angolare rispetto al centro di massa, il modulo L_0 vale

$$L_0 = I_{\rm A}\,\omega_{\rm A} + I_{\rm B}\,\omega_{\rm B} + I\,\omega = \frac{29}{2}\,m_0\,\omega\,r^2\,.$$

Il modulo del momento angolare finale L_1 del sistema rispetto ad O vale $L_1 = I'\,\omega'$. Nell'ipotesi del problema che i momenti d'inerzia restino gli stessi di prima, si ha

$$I' = I_{\rm A} + I_{\rm B} + \frac{1}{2}\,m_0\,r^2 + m\,(R_{\rm B} + r)^2 = \frac{203}{2}\,m_0\,r^2\,.$$

Uguagliando i due momenti angolari si ottiene infine

$$L_1 = L_0 \quad \Rightarrow \quad I'\,\omega' = \frac{29}{2}\,m_0\,\omega\,r^2 \quad \Rightarrow \quad \omega' = \frac{29\,m_0\,r^2/2}{203\,m_0\,r^2/2}\,\omega \quad \Rightarrow \quad \omega' = \frac{29}{203}\,\omega = -5.39\,\mathrm{rad/s}\,.$$

PROBLEMA n. 3 – Fuoriuscita di mercurio

Quesito n. 1.

Si consideri un sistema di riferimento con origine nel bordo superiore del mercurio e con asse verticale positivo verso il basso. Per la legge di Stevino, la pressione esercitata dal mercurio a metà della propria altezza vale

$$p_{1/2} = p_{\mathrm{atm}} + \frac{1}{4}\rho\,g\,a\,,$$

mentre la forza esercitata dal mercurio su un sottile strato della parete di area infinitesima $a\,dh$ posto ad una distanza h dal bordo superiore del mercurio è pari a

$$dF_{\mathrm{Hg}} = (p_{\mathrm{atm}} + \rho\,g\,h)\;a\,dh\,.$$

La forza totale esercitata sulla parete vale quindi

$$F_{\mathrm{Hg}} = \int_0^{a/2} (p_{\mathrm{atm}} + \rho\,g\,h)\;a\,dh = \frac{1}{2}\,p_{\mathrm{atm}}\,a^2 + \frac{1}{8}\,\rho\,g\,a^3\,,$$

e la pressione media pertanto è uguale a

$$\bar{p} = \frac{F_{\mathrm{Hg}}}{S} = \frac{p_{\mathrm{atm}}\,a^2/2 + \rho\,g\,a^3/8}{a^2/2} = p_{\mathrm{atm}} + \frac{1}{4}\,\rho\,g\,a\,.$$

Risulta così dimostrato che la pressione media esercitata dal mercurio sulla parete mobile è uguale a quella esercitata dal mercurio a metà della propria altezza.

Nell'iniziale condizione di equilibrio la pressione del gas produce sulla parete mobile una forza uguale alla somma di quelle esercitate sulla parete dall'aria e dal mercurio.

La forza esercitata dall'aria vale $F_{\mathrm{a}} = p_{\mathrm{atm}}\,a^2/2$, mentre la forza esercitata dal mercurio è quella ricavata precedentemente. La forza totale è quindi

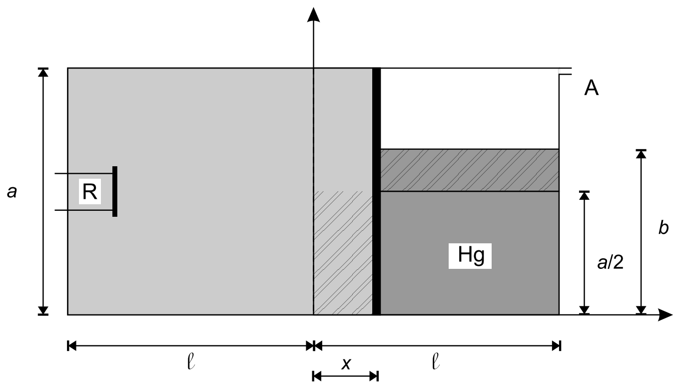
$$F = F_{\mathrm{a}} + F_{\mathrm{Hg}} = p_{\mathrm{atm}}\,a^2 + \frac{1}{8}\,\rho\,g\,a^3\,.$$

La pressione del gas dunque vale

$$p_0 = \frac{F}{a^2} = p_{\mathrm{atm}} + \frac{1}{8}\,\rho\,g\,a = 102.0\,\mathrm{kPa}\,.$$

Quesito n. 2.

Nel caso di un'espansione del gas la parete mobile si sposta verso destra di una quantità x (con $0 \le x \le \ell$) e di conseguenza il livello b del mercurio aumenta ($b > a/2$).



Attraverso la posizione x della parete si vuole esprimere il volume V del gas in funzione dell'altezza b del mercurio.

$$V = a^2\ (\ell + x) \quad \Rightarrow \quad x = \frac{V}{a^2} - \ell\,.$$

Se $x < \ell/2$ il mercurio non fuoriesce dalla fessura A e il suo volume non varia. Pertanto

$$\frac{\ell\, a^2}{2} = (\ell - x)\ a\, b \quad \Rightarrow \quad b = \frac{\ell}{\ell - x}\,\frac{a}{2} = \frac{1}{2 - V/V_0}\,\frac{a}{2}\,,$$

avendo indicato con $V_0 = a^2\,\ell$ il volume iniziale del gas. Per trovare la pressione del gas si ripete lo stesso ragionamento del quesito precedente, tenendo conto però che questa volta il mercurio arriva fino al livello b. Si ottiene

$$p(V) = p_{\rm atm} + \frac{1}{8}\,\rho\, g\, a\, \left(\frac{1}{2 - V/V_0}\right)^2\,.$$

Se $x > \ell/2$, cioè $V > 3/2\,V_0$ allora il mercurio inizia a fuoriuscire dalla fessura A e la pressione del gas si mantiene costante al valore

$$p_1 = p_{\rm atm} + \frac{1}{2}\,\rho\, g\, a\,.$$

Riassumendo:

$$\begin{cases} \text{se} \quad V_0 \le V \le \frac{3}{2}\,V_0 \quad \text{allora} \quad p(V) = p_{\rm atm} + \frac{1}{8}\,\rho\, g\, a\, \left(\frac{1}{2 - V/V_0}\right)^2 \\ \text{se} \quad \frac{3}{2}\,V_0 \le V \le 2\,V_0 \quad \text{allora} \quad p(V) = p_{\rm atm} + \frac{1}{2}\,\rho\, g\, a\,. \end{cases}$$

Quesito n. 3.

La temperatura alla fine del processo è determinata dalla legge dei gas perfetti

$$\frac{p_0\,V_0}{T_0} = \frac{p_1\,V_1}{T_1} \quad \Rightarrow \quad T_1 = T_0\,\frac{p_1\,V_1}{p_0\,V_0} = T_0\,\frac{p_{\rm atm} + 1/2\,\rho\, g\, a}{p_{\rm atm} + 1/8\,\rho\, g\, a}\,\frac{2\,V_0}{V_0} = 612\,{\rm K} = 339°{\rm C}\,.$$

Quesito n. 4.

Si propongono due modi per risolvere il quesito.

Nella prima formulazione, il gas ha compiuto il lavoro $\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2$ per spostare il pistone, con $\mathcal{L}_1$ e $\mathcal{L}_2$ che indicano il lavoro effettuato per vincere la resistenza dovuta rispettivamente alla pressione atmosferica ed alla pressione del mercurio.

La pressione atmosferica è costante ed il lavoro $\mathcal{L}_1$ vale

$$\mathcal{L}_1 = p_{\rm atm}\,\Delta V = p_{\rm atm}\,V_0\,.$$

Il lavoro $\mathcal{L}_2$ è pari all'energia potenziale che bisogna fornire al mercurio per portare il suo baricentro fino all'altezza A della fessura.

$$\mathcal{L}_2 = m\, g\, \Delta h = \rho\,\frac{\ell\, a^2}{2}\,g\ (a - a/4) = \frac{3}{8}\rho\, g\, a\, V_0\,.$$

Il lavoro totale vale dunque

$$\mathcal{L} = \left(p_{\rm atm} + \frac{3}{8}\rho\, g\, a\right)\ V_0\,.$$

Alternativamente, il gas ha compiuto il lavoro $\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2$ per spostare il pistone, con $\mathcal{L}_1$ e $\mathcal{L}_2$ che indicano rispettivamente il lavoro effettuato fintanto che $V < 3/2\,V_0$ (il mercurio non fuoriesce) e dopo che $V > 3/2\,V_0$ (il mercurio fuoriesce). Si ha

$$d\mathcal{L}_1 = p(V)\,dV = \left[p_{\rm atm} + \frac{1}{8}\,\rho\, g\, a\ \left(\frac{1}{2 - V/V_0}\right)^2\right]\ dV$$

da cui

$$\mathcal{L}_1 = \int_{V_0}^{3/2\,V_0} d\mathcal{L}_1 = \int_{V_0}^{3/2\,V_0} \left[p_{\mathrm{atm}} + \frac{1}{8}\,\rho\,g\,a\,\left(\frac{1}{2 - V/V_0}\right)^2\right] dV = \frac{1}{2}\,p_{\mathrm{atm}}\,V_0 + \frac{1}{8}\,\rho\,g\,a\,V_0\,.$$

Quando il mercurio fuoriesce

$$d\mathcal{L}_2 = p(V)\,dV = \left[p_{\mathrm{atm}} + \frac{1}{2}\,\rho\,g\,a\right] dV$$

da cui

$$\mathcal{L}_2 = \int_{3/2\,V_0}^{2\,V_0} d\mathcal{L}_2 = \int_{3/2\,V_0}^{2\,V_0} \left[p_{\mathrm{atm}} + \frac{1}{2}\,\rho\,g\,a\right] dV = \frac{1}{2}\,p_{\mathrm{atm}}\,V_0 + \frac{1}{4}\,\rho\,g\,a\,V_0\,.$$

In definitiva

$$\mathcal{L} = p_{\mathrm{atm}}\,V_0 + \frac{3}{8}\,\rho\,g\,a\,V_0\,.$$

Si ottiene $\mathcal{L} = 8.26\,\mathrm{J}$.

Quesito n. 5.

Ricordando che il gas è monoatomico e quindi il calore molare vale $C_V = 3/2\,R$, l'aumento della sua energia interna ΔU vale

$$\Delta U = nC_V\,\Delta T = \frac{3}{2}\,p_1\,V_1 - \frac{3}{2}\,p_0\,V_0 = \frac{3}{2}\,V_0\,\left(p_{\mathrm{atm}} + \frac{7}{8}\,\rho\,g\,a\right) = 12.7\,\mathrm{J}\,.$$

Pertanto, applicando il primo principio della termodinamica, il calore Q fornito è pari a

$$Q = \Delta U + \mathcal{L} = 21.0\,\mathrm{kJ}\,.$$

PROBLEMA n. 4 – Particelle in campi magnetici

Quesito n. 1.

Ogni protone del fascio è sottoposto alla forza di Lorentz e poiché la sua velocità iniziale è ortogonale al campo $\vec{B}$ continua a muoversi in un piano ortogonale a $\vec{B}$ su un arco di circonferenza di raggio

$$r_1 = \frac{mv}{qB_1}\,.$$

Poiché $mv^2/2 = q\,V_0$, il raggio r_1 può essere espresso in funzione dell'energia cinetica e, a sua volta, in funzione della d.d.p. V_0 acceleratrice.

$$r_1 = \sqrt{\frac{2m\,\left(m\,v^2/2\right)}{q^2\,{B_1}^2}} = \sqrt{\frac{2m\,V_0}{q\,{B_1}^2}}\,.$$

Affinché il protone esca dalla regione di larghezza d, deve risultare $r_1 > d$, da cui si ottiene

$$V_0 > \frac{q\,{B_1}^2\,d^2}{2m} = 3.1\,\mathrm{kV}\,.$$

In caso contrario il protone descrive una semicirconferenza interna alla regione interessata dal campo $\vec{B}_1$.

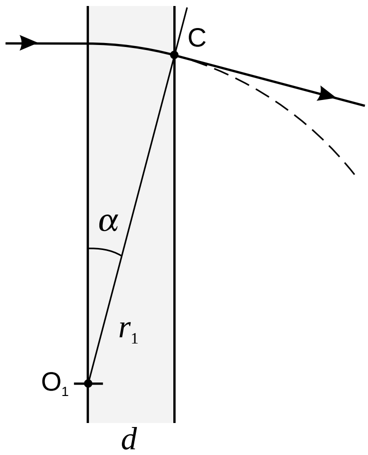


Fig. 1

Quesito n. 2.

Il protone entra nella regione interessata dal campo $\vec{B}_2$ con una direzione deviata rispetto a quella originale di un angolo α tale che $\operatorname{sen}\alpha = d/r_1$ ed inizia a compiere, rimanendo sempre nello stesso piano, un arco di circonferenza di raggio

$$r_2 = \sqrt{\frac{2m\,V_0}{q\,{B_2}^2}} = \frac{1}{2}r_1\,.$$

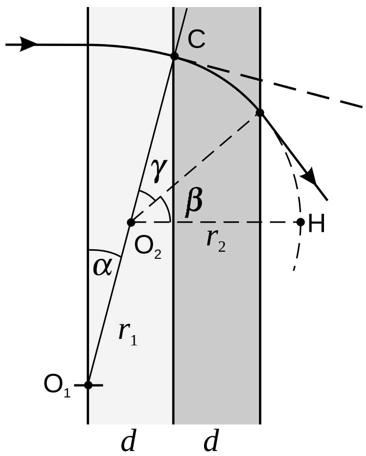


Fig. 2

I due archi di circonferenza si raccordano nel punto di confine C, dove la tangente in comune e perpendicolare al segmento $\overline{\mathrm{O_1C}}$ che rappresenta il raggio r_1 del primo cerchio ed il diametro del secondo cerchio di centro O_2. Se da O_2 si traccia un segmento $\overline{\mathrm{O_2H}} = r_2$ ortogonale alla linea di separazione fra i due campi si vede che il protone esce anche dalla seconda regione solo nel caso che risulti

$$\overline{\mathrm{O_2H}} > (r_2 \operatorname{sen}\alpha + d) \quad \Rightarrow \quad r_1 > 3d\,.$$

Da quest'ultima espressione si ottiene infine la condizione

$$V_0 > 9\frac{q\,{B_1}^2\,d^2}{2m} = 28\,\mathrm{kV}\,.$$

Quesito n. 3.

La deviazione complessiva δ è data da

$$\delta = \alpha + \gamma$$

che equivale a

$$\delta = \alpha + (\pi/2 - \alpha - \beta) = \frac{\pi}{2} - \beta\,.$$

Con la condizione del problema, $\delta = \pi/3$, si ha

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \operatorname{sen}\delta = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \cos\beta$$

da cui

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\beta = \frac{r_2\,\operatorname{sen}\alpha + d}{r_2} = 3\,\frac{d}{r_1}\,.$$

In definitiva si ottiene

$$V_0 = 12\frac{q\,d^2\,{B_1}^2}{2m} = 36.8\,\mathrm{kV}\,.$$

Materiale prodotto nell'ambito del Progetto Olimpiadi

PROGETTO OLIMPIADI

c/o Dipartimento di Fisica dell'Università

Via Marzolo, 8 - 35131 Padova

Tel/Fax: 049.8277.270

e-mail: olifis@no.sctrade.it

http://www.cadnet.marche.it/olifis