

OLIMPIADI DI FISICA 2004

22 Aprile 2004

Gara Nazionale: Prova Sperimentale

APPUNTI DI LAVORO

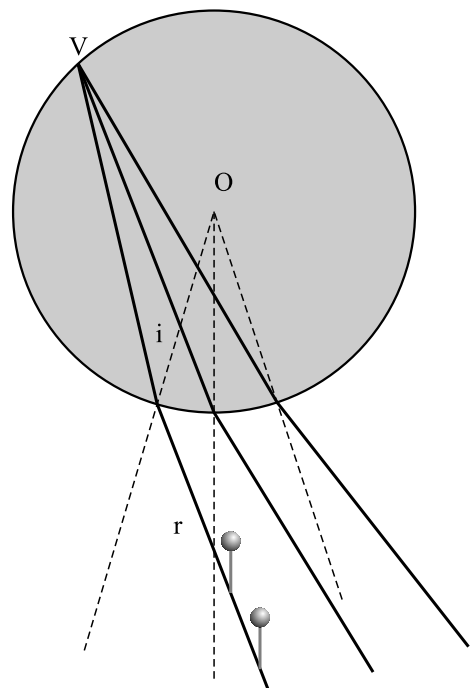
Quesito n. 1 – Indice di rifrazione.

Il sottile segno verticale (V , nella figura) va tracciato verticalmente sulla parete esterna del recipiente, nella zona ove vi è il liquido. Occorre osservarlo posizionandosi dall'altra parte del recipiente, in direzione diversa da quella del diametro per V : infatti, se ci si ponesse esattamente in quest'ultima direzione, il raggio visuale che proviene dal segno verticale sarebbe perpendicolare alla superficie di separazione liquido-aria, e quindi andrebbe dritto. Osservando il segno in una direzione diversa da quella di cui sopra, il raggio di visuale che parte dal segno stesso arriva all'occhio dell'osservatore dopo aver subito una deviazione al passaggio liquido-aria.

L'osservatore può quindi ricavare il valore dell'indice di rifrazione con il metodo delle visuali: per far questo, conviene conficcare in verticale almeno due spilli sul foglio di carta bianca appoggiato sul cartone in maniera che gli spilli siano visti allineati con il segno verticale: osservando la situazione dal di sopra - anziché attraverso il liquido - ci si può accorgere che il raggio di visuale ha cambiato direzione nel passare dal liquido all'aria. Il candidato dovrà tracciare il segmento rettilineo determinato dai forellini degli spilli (raggio rifratto), fino ad incontrare la superficie della vaschetta individuando così il punto di incidenza; poi dovrà congiungere questo punto con quello alla base del segno verticale (raggio incidente): la spezzata che ne risulta è la traiettoria del raggio di visuale che, partendo dal segno tracciato sulla parete, entra nell'occhio dell'osservatore. Per determinare di quanto devia il raggio al passaggio dal liquido all'aria, bisogna preliminarmente tracciare il contorno circolare del recipiente e determinarne il centro, servendosi ad esempio dell'intersezione degli assi di due corde qualsiasi, meglio se perpendicolari l'una all'altra. Per far questo, poiché non si ha il compasso, conviene servirsi del goniometro onde tracciare gli archi di cerchio che servono per la costruzione di cui sopra.

Dopo aver individuato il centro, si potrà tracciare con buona precisione la normale che serve per individuare l'angolo di incidenza \hat{i} e quello di rifrazione \hat{r} corrispondente.

Cambiando angolo di incidenza varie volte, (meglio se a sinistra e a destra della direzione VO , per compensare eventuali errori sistematici dovuti all'imperfetta centratura del recipiente sul cerchio disegnato) si potrà



ripetere la costruzione, come riportato in figura, onde raccogliere un set di dati sperimentali quali quelli delle tabelle 1, 2 e 3, in cui compaiono anche i valori del rapporto $\sin \hat{r} / \sin \hat{i}$. Dai valori delle tabelle e dai grafici ($\sin \hat{i}$, $\sin \hat{r}$) non riportati in questa sede, risulta che i suindicati rapporti sono costanti entro il 3%, se le misure sono state prese con cura, in particolare con rilevazioni sia a sinistra sia a destra della direzione di VO, per diminuire eventuali errori sistematici. Esempi di calcolo dell'incertezza dell'indice n , per una singola prova tramite propagazione, sono riportati di seguito per il Glicerolo. Le misure ottenute risultano compatibili con i valori reperibili nei manuali per alcol etilico e glicerolo, e con quelli di numerose altre prove per lo “scioppo” di acqua e zucchero (molto concentrato).

Sono riportate anche le misure di n^{-1} = indice di rifrazione dell'aria rispetto al liquido, poiché non è improbabile che alcuni ragazzi lo ricavano al posto di n , dato che viene osservata la propagazione della luce dal liquido all'aria (v. anche la Griglia di Valutazione)

Tabella 1 - Glicerolo

Valore reperibile nei manuali: $n = 1.4746$

Sinistra					Destra				
\hat{r}	\hat{i}	$\sin \hat{r}$	$\sin \hat{i}$	$\sin \hat{r} / \sin \hat{i}$	\hat{r}	\hat{i}	$\sin \hat{r}$	$\sin \hat{i}$	$\sin \hat{r} / \sin \hat{i}$
*49.0	31.0	0.7547	0.5150	1.465	46.5	30.0	0.7254	0.5000	1.451
*39.5	25.0	0.6361	0.4226	1.505	42.0	27.5	0.6691	0.4617	1.449
*31.5	20.5	0.5225	0.3502	1.492	*36.5	24.0	0.5948	0.4067	1.462
*24.0	16.0	0.4067	0.2756	1.476	29.0	19.0	0.4848	0.3256	1.489

Incertezze di \hat{r} , \hat{i} : $\pm 0.5^\circ$

Valor medio degli otto rapporti di cui sopra: $n = 1.47$

Semidispersione massima $s_{\max} = 0.03$ (2%)

Deviazione standard $\sigma = 0.02$ (1.4%)

Misura: $n = 1.47 \pm 0.03$ $[n^{-1} = 0.68 \pm 0.01]$.

*Simulazione di una prova con le sole cinque coppie di dati asteriscati:

a) media \pm semidispersione massima = 1.48 ± 0.02

b) Dal grafico di $\sin \hat{r}$ in funzione di $\sin \hat{i}$ costruito su carta millimetrata, rilevando pendenza massima e minima (con incertezza $\pm 0.5^\circ$ per gli angoli, risulta per la funzione “seno” un'incertezza di ± 0.008 per angoli tra 15° e 30° , ± 0.07 per angoli tra 31° e 42° , ± 0.06 oltre 42°) $n = 1.48 \pm 0.03$.

Incertezza valutata per una singola prova. (Per coppie di angoli “piccoli” e di angoli “grandi”).)

Con questo metodo l'incertezza viene sopravvalutata, anche perché gli errori nella determinazione di \hat{r} e di \hat{i} non sono sempre tra loro indipendenti (v. Quesito 2. Effetto delle pareti).

a) Incertezza

$$\Delta n = (n_{\max} - n_{\min})/2 \quad [n_{\max} = \sin(\hat{r} + \Delta\hat{r})/\sin(\hat{i} - \Delta\hat{i}) \quad n_{\min} = \sin(\hat{r} - \Delta\hat{r})/\sin(\hat{i} + \Delta\hat{i})]$$

$$\text{Per: } \hat{r} = 24.0 \pm 0.5^\circ \quad \hat{i} = 16.0 \pm 0.5^\circ \quad \Delta n = (1.552 - 1.404)/2 = 0.074 \approx 0.07(5\%)$$

$$\text{Per: } \hat{r} = 49.5 \pm 0.5^\circ \quad \hat{i} = 31.0 \pm 0.5^\circ \quad \Delta n = (1.509 - 1.444)/2 = 0.032 \approx 0.03(2\%)$$

b) Incertezza

$$\Delta n = n(\Delta(\sin \hat{r})/\sin \hat{r} + \Delta(\sin \hat{i})/\sin \hat{i})$$

Per: $\hat{r} = 24.0 \pm 0.5^\circ$ $\hat{i} = 16.0 \pm 0.5^\circ$ $\Delta n = 1.4756(0.0196 + 0.0304) = 0.0747 \approx 0.07(5\%)$

Per: $\hat{r} = 49.5 \pm 0.5^\circ$ $\hat{i} = 31.0 \pm 0.5^\circ$ $\Delta n = 1.4764(0.00742 + 0.0145) = 0.032 \approx 0.03(2\%)$

$\alpha(\hat{i}, \hat{r})$	$\Delta\alpha$	$\Delta \sin \alpha$	$(\Delta \sin \alpha / \alpha) \cdot 100$
$15^\circ \div 30^\circ$	$\pm 0.5^\circ$	$0.0084 \div 0.0075$	$3.3\% \div 1.5\%$
$31^\circ \div 41^\circ$	$\pm 0.5^\circ$	$0.0075 \div 0.0065$	$1.4\% \div 0.97\%$
$43^\circ \div 50^\circ$	$\pm 0.5^\circ$	$0.0064 \div 0.0056$	$0.93\% \div 0.7\%$

c) Incertezza

$$\Delta n = \left| \frac{\delta}{\delta \hat{r}} n \right| \Delta \hat{r} + \left| \frac{\delta}{\delta \hat{i}} n \right| \Delta \hat{i} \Rightarrow \Delta n = n \left(\frac{\Delta \hat{r}}{\tan \hat{r}} + \frac{\Delta \hat{i}}{\tan \hat{i}} \right) \quad \text{con} \quad \Delta \hat{i} = \Delta \hat{r} = \frac{0.5^\circ}{180^\circ} \pi \text{ rad}$$

Questa formula per ottenere Δn equivale a quella in b) e fa ottenere gli stessi risultati, com'è ovvio.

Se alle due coppie di angoli considerati si assegnano incertezze di $\pm 1^\circ$, anche l'incertezza di n risulta circa doppia: rispettivamente $\pm 0.1(7\%)$ e $\pm 0.07(5\%)$.

Tabella 2 - Soluzione di 125 g di zucchero in 100 g di acqua

Valore da noi determinato con maggior precisione: $n = 1.42 \pm 0.02$.

Sinistra					Destra				
\hat{r}	\hat{i}	$\sin \hat{r}$	$\sin \hat{i}$	$\sin \hat{r} / \sin \hat{i}$	\hat{r}	\hat{i}	$\sin \hat{r}$	$\sin \hat{i}$	$\sin \hat{r} / \sin \hat{i}$
*47.0	30.5	0.7314	0.5075	1.441	*49.5	32.5	0.7604	0.5373	1.415
*39.5	26.0	0.6361	0.4384	1.451	40.0	27.0	0.6428	0.4540	1.416
*30.0	20.5	0.5000	0.3502	1.428	31.5	22.0	0.5225	0.3746	1.395
*22.5	15.5	0.3827	0.2672	1.432	24.5	17.0	0.4147	0.2924	1.418

Valor medio degli otto rapporti di cui sopra: $n = 1.42$

Semidispersione massima $s_{\max} = 0.03(2\%)$

Deviazione standard $\sigma = 0.02(1.5\%)$

Misura: $n = 1.42 \pm 0.03$ $[n^{-1} = 0.70 \pm 0.01]$.

*Simulazione di una prova con le sole cinque coppie di dati asteriscati:

a) media \pm semidispersione massima = 1.43 ± 0.02

b) Dal grafico di $\sin \hat{r}$ in funzione di $\sin \hat{i}$ costruito su carta millimetrata, rilevando pendenza massima e minima (con incertezza $\pm 0.5^\circ$ per gli angoli) $n = 1.44 \pm 0.02$

Incertezza valutata per una singola prova (v. gli esempi di calcolo per il glicerolo)

Tabella 3 - Alcool etilico (95 % Vol.)

Valore reperibile nei manuali: $n = 1.3611$

Sinistra					Destra				
\hat{r}	\hat{i}	$\text{sen } \hat{r}$	$\text{sen } \hat{i}$	$\text{sen } \hat{r} / \text{sen } \hat{i}$	\hat{r}	\hat{i}	$\text{sen } \hat{r}$	$\text{sen } \hat{i}$	$\text{sen } \hat{r} / \text{sen } \hat{i}$
*54.0	36.0	0.8090	0.5878	1.376	51.5	35.5	0.7826	0.5807	1.348
*44.5	31.0	0.7009	0.5150	1.361	42.5	30.0	0.6756	0.5000	1.351
*37.0	25.5	0.6018	0.4305	1.398	35.0	25.5	0.5736	0.4305	1.332
*29.0	21.0	0.4848	0.3584	1.353	28.5	20.5	0.4772	0.3502	1.363
*22.0	16.0	0.3746	0.2756	1.359	20.5	15.0	0.3502	0.2588	1.353

Valor medio dei dieci rapporti di cui sopra: $n = 1.36$

Semidispersione massima $s_{\max} = 0.03(2\%)$

Deviazione standard $\sigma = 0.02(1.5\%)$

Misura: $n = 1.36 \pm 0.03$ $[n^{-1} = 0.74 \pm 0.02]$

*Simulazione di una prova con le sole cinque coppie di dati asteriscati:

a) media \pm semidispersione massima = 1.37 ± 0.02

b) Dal grafico di $\text{sen } \hat{r}$ in funzione di $\text{sen } \hat{i}$ costruito su carta millimetrata, rilevando pendenza massima e minima (con incertezza $\pm 0.5^\circ$ per gli angoli) $n = 1.37 \pm 0.02$.

Incertezza valutata per una singola prova (v. gli esempi di calcolo per il glicerolo)

Quesito n. 2 – Effetto delle pareti.

Conicità. Il fatto che il recipiente è leggermente svasato verso l'alto, in linea di principio potrebbe portare a un errore non trascurabile, se la svasatura fosse accentuata e/o se il livello del liquido fosse notevole. Ciò può essere controllato con una prova sperimentale, ad esempio segnando con il pennarello due punti ad altezze diverse, uno il più in basso possibile, l'altro, sulla verticale del primo, il più in alto possibile, sotto il livello del liquido: così facendo, si scopre sperimentalmente che i due punti risultano copribili entrambi con un unico spillo verticale, se osservati dall'altra parte del recipiente. D'altronde il segno verticale tracciato sulla parete è sempre stato copribile con un unico spillo, sistemato verticalmente "a occhio".

Diametro superiore del recipiente $\Phi_{\max} = 10.5 \text{ cm}$

Diametro inferiore del recipiente $\Phi_{\min} = 9.6 \text{ cm}$

Altezza del recipiente $H = 11.3 \text{ cm}$

Con un'altezza di liquido $h = 1 \text{ cm}$, la differenza di diametro tra superficie superiore e inferiore è di 0.08 cm e la differenza di raggio è 0.04 cm . Questo comporta un errore in difetto nel raggio, circa uguale all'errore in eccesso che si ha nel tracciare il contorno del recipiente.

Considerazioni abbastanza semplici sulla geometria del cerchio e della rifrazione, portano a questa conclusione: per una data direzione del raggio rifratto nell'aria e aumentando il raggio R di ΔR , l'angolo \hat{r} diminuisce di $\Delta \hat{r}$, e l'angolo \hat{i} diminuisce di $\Delta \hat{i}$; in prima approssimazione, per $\Delta R \ll R$, risulta:

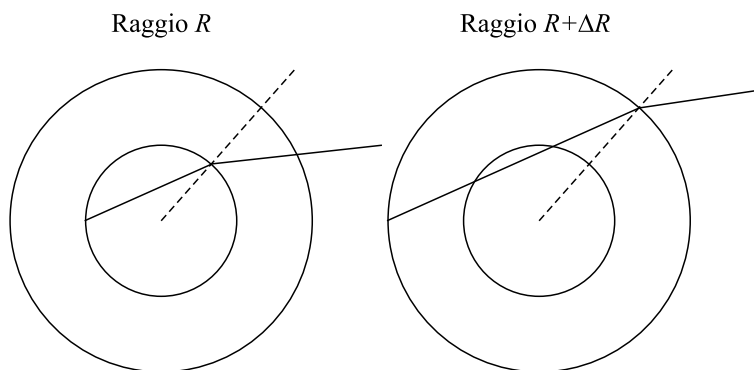
$$\Delta \hat{r} \approx -\frac{\Delta R}{R + \Delta R} \text{tg } \hat{r} \frac{180}{\pi} \quad \Delta \hat{i} \approx \frac{1}{2} \Delta \hat{r}$$

Con glicerolo, per la coppia di angoli: $\hat{r} = 49.0^\circ$ $\hat{i} = 31.0^\circ$ $\text{sen } \hat{r} / \text{sen } \hat{i} = 1.465 \approx 1.47$

$R = 4.8 \text{ cm}$ $\Delta R = 0.04 \text{ cm}$

$$\hat{r}' = \hat{r} + \Delta \hat{r} = 48.5^\circ \quad \hat{i}' = \hat{i} + \Delta \hat{i} = 30.75^\circ \quad \frac{\text{sen } \hat{r}'}{\text{sen } \hat{i}'} = 1.472 \approx 1.47$$

Spessore e indice di rifrazione proprio. Se si osserva un punto tracciato con il pennarello un po' al di sopra del liquido, e si registra con il metodo degli spilli il percorso del raggio visuale attraverso l'aria e le pareti, si trova che i forellini sulla carta e il punto in corrispondenza del segno sono allineati anche per direzioni non passanti per il centro del cerchio. Ciò significa che le due pareti non deviano i raggi in modo significativo, anche se sono costituite da materiale (plastica) che ha un indice di rifrazione sicuramente diverso da quello dell'aria, e probabilmente da quello del liquido in esame. Tuttavia, diverso sarebbe il risultato se le pareti avessero uno spessore non trascurabile, rispetto allo spessore del liquido attraversato. In particolare, guardando il punto attraverso l'aria, in direzione laterale, scostata il più possibile dalla direzione VO, il punto appare deformato (allargato).



Quesito n. 3 – Ingrandimento.

Si può incollare verticalmente un pezzetto di nastro adesivo o una strisciolina di carta millimetrata sul recipiente. Nel primo caso, conviene disporre il righello in orizzontale, subito sopra il livello del liquido, dove è stata incollata la strisciolina di nastro adesivo. Osservando attraverso il liquido la strisciolina (che appare ingrandita) e il righello orizzontale (che appare di grandezza normale, perché è al di sopra del liquido), si potrà leggere quanti millimetri è larga l'immagine della strisciolina. Rapportando questo valore alla larghezza reale della strisciolina, si troverà il fattore di ingrandimento. Nel secondo caso, si confronta direttamente la larghezza della zona superiore della carta millimetrata, osservata al di sopra del liquido, con quella della zona inferiore che appare ingrandita.

Esempio di valori di ingrandimento ottenuti con carta millimetrata: numero di “millimetri veri” sopra il liquido / numero di “millimetri allargati” sotto il liquido

$$\text{alcol: } 20 \text{ mm} / 11 \text{ mm} = 1.8$$

$$\text{sciroppo: } 20 \text{ mm} / 10 \text{ mm} = 2.0$$

$$\text{glicerolo: } 20 \text{ mm} / 9 \text{ mm} = 2.2$$

L'ingrandimento risulta abbastanza indipendente dalla distanza dell'osservatore dal recipiente, sempre che tale distanza sia ≈ 10 cm dalla parete del recipiente.