

## PROBLEMA n. 1 – Trittico lunare

100 Punti

A

Al chiaro di Luna...

30 Punti

La magnitudine visuale apparente  $m$  di un corpo celeste è una misura della quantità di energia luminosa che, per unità di tempo e di superficie, arriva sulla Terra; detta  $\Phi$  tale quantità e  $\Phi_0$  quella relativa ad un corpo avente (per convenzione) magnitudine nulla, si definisce

$$m = -2.5 \log \frac{\Phi}{\Phi_0} \quad \text{dove } \log \text{ indica il logaritmo in base 10.}$$

Assumendo come ipotesi semplificativa che la Luna rifletta la luce del Sole in modo isotropo nel semispazio della superficie illuminata e utilizzando solo i dati osservativi riportati qui sotto, stimare il coefficiente medio di riflettività della superficie lunare, definito come il rapporto  $K$  tra la luce diffusa e quella incidente.

DATI:	• Magnitudine visuale apparente del Sole	$m_S = -26.7$
	• Magnitudine visuale apparente della Luna Piena	$m_L = -12.7$
	• Diametro angolare apparente della Luna	$\delta \approx 32'$

NOTA: Tener conto del fatto che la distanza Terra–Luna è molto minore della distanza Sole–Terra.

B

L'orbita lunare

40 Punti

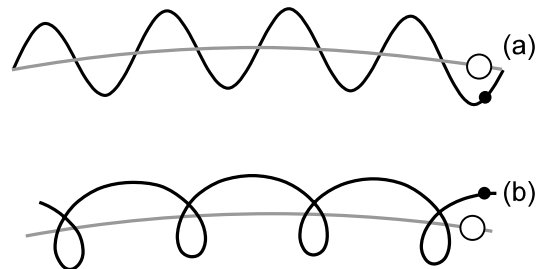
Si faccia l'ipotesi che i pianeti si muovano di moto circolare uniforme attorno al Sole e i satelliti di moto circolare uniforme attorno ai pianeti; si considerino inoltre moti complanari e nello stesso verso.

In queste condizioni, in un riferimento inerziale solidale con il Sole (quindi *eliocentrico*), il satellite descrive una curva detta “*epicicloide*” il cui aspetto varia a seconda dei parametri geometrici e cinematici dei moti.

È abbastanza frequente trovare delle illustrazioni della traiettoria della Luna nel riferimento eliocentrico che mostrano:

- curve di andamento sinusoidale, oscillanti attorno all'orbita della Terra;
- curve che formano dei “riccioli” attorno alla stessa orbita.

In figura sono rappresentati esempi delle due curve, la cui concavità è rivolta sempre verso la Terra, ma che sono entrambe **errate** nel caso della Luna.



- Determinare le condizioni dinamiche o cinematiche per cui ciascuna di queste due situazioni si manifesta, esprimendole in termini del rapporto  $\mu$  tra le masse del pianeta e del Sole ( $\mu = m/M$ ) e del rapporto  $\rho$  tra i raggi delle orbite del pianeta e del satellite ( $\rho = R/r$ ).
- Utilizzando la seguente tabella, individuare un esempio per ciascuna delle due traiettorie descritte sopra e dire quale particolare caratteristica geometrica presenta invece l'*epicicloide* descritta dalla Luna, dandone una rappresentazione grafica qualitativa.

NOTE: Utilizzare, ove necessario, le seguenti relazioni:  $M \gg m \gg m_{\text{sat}}$ ;  $R \gg r$ . UA = Unità Astronomica.

Pianeta	$m/M$	$R$ [UA]	Satellite	$r$ [ $10^{-3}$ UA]
Terra	$1/(3.29 \times 10^5)$	1.000	Luna	2.60
Marte	$1/(3.10 \times 10^6)$	1.524	Phobos	0.063
Giove	$1/(1.05 \times 10^3)$	5.202	Io	2.82
			Callisto	12.6
Saturno	$1/(3.50 \times 10^3)$	9.539	Mimas	1.24
			Titano	8.17

C

Influenza lunare

30 Punti

La durata dell'anno (propriamente detto *tropico*) è l'intervallo tra due successivi equinozi di primavera: questi sono gli istanti in cui il piano equatoriale terrestre passa per il centro del Sole o – alternativamente – quando il Sole, visto dal **centro** della Terra, attraversa l'equatore celeste nel cosiddetto *punto gamma*.

Tra i numerosi fattori che determinano variazioni della durata dell'anno si vuole stimare il contributo della Luna che, avendo una massa non trascurabile rispetto a quella della Terra, perturba in modo apprezzabile il moto del centro della Terra; ricordare che la rotazione della Luna attorno alla Terra avviene nello stesso verso della rotazione della Terra attorno al Sole.

Semplificando fortemente la situazione reale, si assuma che il *centro di massa* del sistema Terra-Luna si muova di moto circolare uniforme attorno al Sole, che la Luna si muova di moto circolare uniforme rispetto alla Terra, sullo stesso piano, compiendo (circa) 12 giri e mezzo ogni anno.

1. Mostrare che l'anno dura di più della media se il giorno dell'Equinozio di Primavera coincide con la fase di Primo Quarto della Luna.
2. Valutare la differenza in minuti tra tale anno e il successivo.

Dati necessari (e sufficienti):

- Rapporto tra le masse della Terra e della Luna  $M/m = 81$
- Raggio dell'orbita della Luna  $r = 3.8 \times 10^5 \text{ km}$
- Velocità della Terra  $v \approx 30 \text{ km/s}$

#### PROBLEMA n. 2 – Motore solare

100 Punti

Per azionare un motore a energia solare si utilizza un grande specchio sferico concavo, con l'asse orientato verso il Sole. Un meccanismo mantiene questo orientamento nel corso della giornata. La luce solare riflessa viene raccolta sulla base di un cilindro metallico nero equilatero (cioè con l'altezza uguale al diametro) che si trova nel fuoco dello specchio. Il diametro  $a$  del cilindro ha le dimensioni minime per raccogliere tutta la luce solare riflessa.

Dal cilindro viene prelevato, mediante una serpentina al suo interno, calore che aziona una macchina termica il cui termostato inferiore si trova a temperatura ambiente  $T_0$  e il cui rendimento  $\eta$  è il 30% di quello di una macchina di Carnot che operi fra gli stessi termostati. Il cilindro perde inoltre calore per irraggiamento.

1. Qual è il diametro  $a$  del cilindro?
2. Qual è la potenza ottica che cade sul cilindro?
3. Si trovi un'equazione che legghi la temperatura  $T$  di regime del cilindro (supposta costante su tutto il suo volume) alla potenza meccanica  $W$  generata dalla macchina termica.
4. Se la temperatura del cilindro si mantiene a  $1600^\circ\text{C}$ , qual è la potenza meccanica erogata dalla macchina?
5. Per via numerica, descrivendo anche il procedimento seguito, si trovi a quale valore dovrebbe essere stabilizzata la temperatura del cilindro per fare in modo che la potenza meccanica erogata sia – entro l'1% – la massima possibile, e si calcoli il corrispondente valore di tale potenza meccanica.

Si facciano i calcoli numerici utilizzando i seguenti valori:

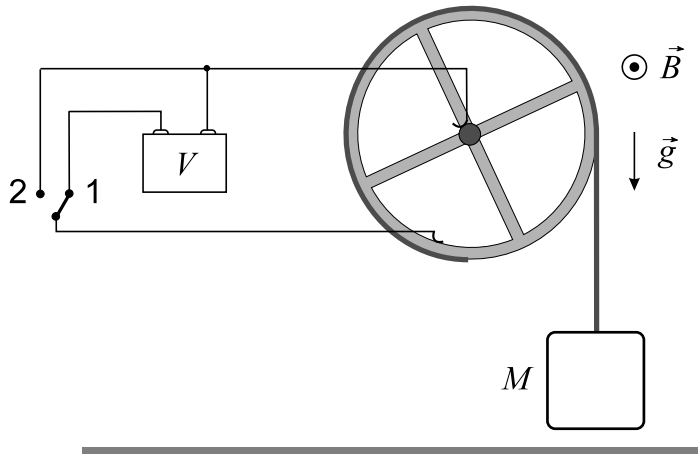
- Diametro del Sole  $D_S = 1.39 \text{ Gm}$
- Unità astronomica (distanza Terra-Sole)  $u = 150 \text{ Gm}$
- Irradianza solare al suolo  $S = 900 \text{ W/m}^2$
- Raggio di curvatura dello specchio  $R = 20.0 \text{ m}$
- Diametro dello specchio  $d = 8.00 \text{ m}$
- Temperatura ambiente  $T_0 = 20.0^\circ\text{C}$
- Costante di Stefan  $\sigma = 56.7 \text{ nWm}^{-2}\text{K}^{-4}$

NOTA: Si trascurino le aberrazioni dello specchio sferico, le perdite in riflessione sullo specchio, le perdite di calore non radiative da parte del cilindro, l'ombreggiamento prodotto dai suoi sostegni, il riscaldamento del cilindro da parte della luce solare diretta.

## PROBLEMA n. 3 – Sollevamento pesi

100 Punti

Un prototipo molto elementare di motore elettrico può essere costituito da una ruota conduttrice posta in un campo magnetico. La ruota mostrata in figura è formata da un cerchione con 4 raggi uguali di lunghezza  $\ell$ , ciascuno di resistenza  $R$ , mentre la resistenza del resto del circuito è trascurabile. Due contatti striscianti collegano l'asse e il cerchione ai poli di una batteria di f.e.m.  $V$ . Il campo magnetico  $\vec{B}$  è uniforme e perpendicolare al piano verticale della ruota, uscente in figura.



1. Si determini la polarità della batteria e il valore  $V_0$  della f.e.m. della batteria affinché il motore tenga sollevato l'oggetto di massa  $M$  come indicato in figura.
2. Si dimostri che quando la ruota si muove a velocità angolare  $\omega$ , ai capi di ciascun raggio si determina una f.e.m. indotta  $\mathcal{E} = \frac{1}{2} \ell^2 B \omega$ , indicandone il verso, a seconda che la rotazione faccia salire o scendere l'oggetto appeso al filo.
3. Messo in moto il motore, con  $V > V_0$ , dopo una brevissima fase transitoria l'oggetto viene sollevato a velocità costante; si calcoli tale velocità.
4. Calcolare il rendimento del motore a regime.
5. Se ad un certo istante il generatore viene escluso spostando il commutatore dalla posizione 1 alla 2, anche il moto di caduta dell'oggetto avviene a velocità costante. Si calcoli la velocità nel moto di caduta frenato.
6. Durante il funzionamento la ruota del motore si scalda; supponendo di poter trascurare gli scambi di calore con l'esterno, valutare se l'incremento di temperatura della ruota ad ogni giro è maggiore quando l'oggetto viene sollevato o quando cade frenato.

Per i calcoli si usino i seguenti valori numerici:

$$\ell = 20.0 \text{ cm}; \quad R = 20 \text{ m}\Omega; \quad V = 0.25 \text{ V}; \quad B = 0.250 \text{ T}; \quad M = 85 \text{ g}; \quad g = 9.81 \text{ ms}^{-2}.$$

Materiale prodotto dal gruppo



## PROGETTO OLIMPIADI

Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica

presso Liceo Scientifico "U. Morin"

VENEZIA MESTRE

fax: 041.584.1272

e-mail: olifis@libero.it