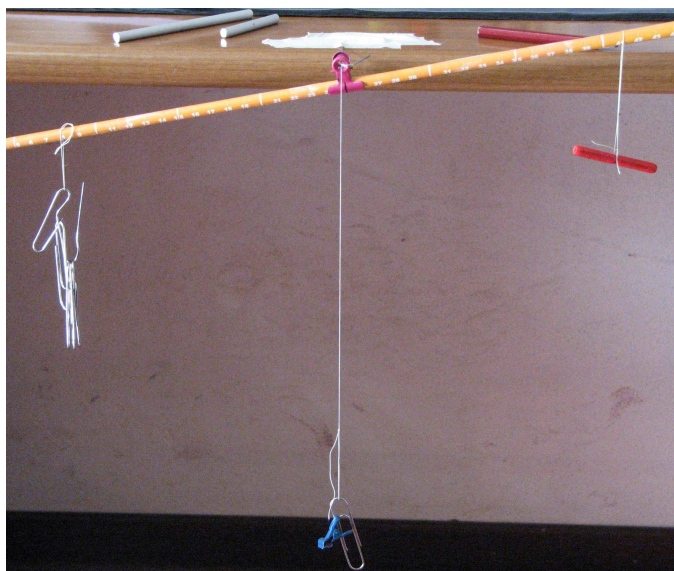


Risposte e risultati

I dati riportati in queste risposte si riferiscono ad un “magnete piccolo”, di lunghezza complessiva 3,0 cm e ad un “magnete grande” di lunghezza complessiva 5,3 cm. I magneti assegnati nella prova rientrano in queste due categorie pur non essendo tutti esattamente uguali. Così pure i tondini di alluminio hanno lunghezza pari a 5 cm o 10 cm. I valori delle masse e di alcune altre caratteristiche sono riportate a pag 8 e 9.

1 a. Massa del magnete



Il fermaglio deformato a “S” viene fissato al tavolo con nastro adesivo in modo che la parte a gancio ne sporga un po’. Conviene posizionarlo in un angolo del tavolo in modo che il magnete, una volta appeso all’astina sia lontano dalle gambe in acciaio del tavolo stesso. Con le forbici si riduce il metro di carta a una striscia lunga una cinquantina di centimetri e alta circa un centimetro e mezzo. Con il nastro adesivo lo si fissa sull’astina per leggere le posizioni del fulcro, e dei fili che reggeranno rispettivamente il magnete e i fermagli che fungono da masse campione. È comodo avere lo zero all’estremo sinistro. Nella bilancia montata secondo le istruzioni, il filo a piombo non interferisce con il moto oscillatorio dell’equipaggio mobile attorno al gancio del fermaglio (fulcro della bilancia) e mantiene la sua posizione verticale quando la bilancia oscilla (v. figura a lato). Per azzerare la bilancia, si fa scorrere l’astina di legno tra le ganasce della molletta finché il segno a pennarello che fa da indice e il filo a piombo restano

sovrapposti con astina in equilibrio: l’astina è orizzontale e il suo baricentro G è sulla verticale passante per il punto di sospensione. Non è detto che G risulti proprio a metà dell’astina: dipende soprattutto da come è stato sistemato il metro di carta e il nastro adesivo. Una distribuzione non uniforme di massa lungo l’astina di legno che fa da giogo non costituisce una fonte di errore.

Una volta azzerata la bilancia si appendono i fermagli e il magnete all’astina per mezzo di pezzetti di filo e si cercano le posizioni di equilibrio, controllando che filo a piombo e segno sulla molletta siano sovrapposti.

Si può procedere in vario modo, per esempio come indicato in figura: con il magnete da una parte e i fermagli appesi in un unico punto dall’altra parte del fulcro.

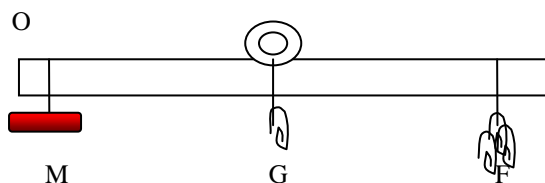


Tabella 1: Magnete piccolo

OG (cm)	Massa dei fermagli (g)	OF (cm)	OM (cm)	Massa del magnete (g)
24,70±0,05	1,695 g · 2 ± 0,01	1,00±0,05	42,60 ±0,05	4,49±0,06
		48,00±0,05	7,20±0,05	4,51±0,06
	1,695 g · 3 ± 0,015	45,80±0,05	1,00±0,05	4,53±0,06
		4,10±0,05	48,00±0,05	4,50±0,06

Il valore di OG è ottenuto dalla media aritmetica delle posizioni dei due bordi delle ganasce della molletta

$$OG = (23,70 + 25,70) / 2 = 24,70 \text{ cm}$$

$$\text{Massa del magnete} = (GF / GM) \cdot \text{massa dei fermagli}$$

Esempio di calcolo (v. prima riga) : massa = $[(24,70-1,00)/(42,60-24,70)] \cdot (1,695 \cdot 2) = 4,4884 \dots \approx 4,49 \text{ g}$
 Incertezza = $[0,1/23,7 + 0,1/17,9 + 0,01/(1,695 \cdot 2)] \cdot 4,4884 \approx 0,06$
 Massa del magnete = $4,51 \pm 0,06 \text{ g}$ ($\pm 1,3\%$)
 semidispersione massima = $0,02 \text{ g}$
 (misura con bilancia elettronica: massa = $4,49 \pm 0,01 \text{ g}$)

Tabella 1 bis: Magnete grande

OG (cm)	Massa dei fermagli (g)	OF (cm)	OM (cm)	Massa del magnete(g)
24,70 \pm 0,05	1,695 g \cdot 4 \pm 0,02	0,50 \pm 0,05	46,40 \pm 0,05	7,56 \pm 0,09
		48,00 \pm 0,05	4,10 \pm 0,05	7,67 \pm 0,09
	1,695 g \cdot 5 \pm 0,025	46,10 \pm 0,05	1,00 \pm 0,05	7,65 \pm 0,09
		4,00 \pm 0,05	48,00 \pm 0,05	7,53 \pm 0,09

Esempio di calcolo (v. prima riga) : massa = $[(24,70-0,50)/(46,40-24,70)] \cdot (1,695 \cdot 4) = 7,5611 \dots \approx 7,56 \text{ g}$
 Incertezza = $[0,1/24,2 + 0,1/21,7 + 0,02/(1,695 \cdot 4)] \cdot 7,5611 \approx 0,09$
 Massa del magnete = $7,61 \pm 0,09 \text{ g}$ ($\pm 1,2\%$)
 semidispersione massima = $0,07 \text{ g}$
 (misura con bilancia elettronica: massa = $7,59 \pm 0,01 \text{ g}$)

1 b. Fonti di incertezza.

Le posizioni OF e OM si possono leggere chiaramente per la sottigliezza del filo con cui sono sospesi fermagli e magneti. Si può assumere un'incertezza di 0,5 mm sulle posizioni all'equilibrio, perché si riesce ad apprezzare deviazioni angolari dell'indice per spostamenti delle masse di 1 mm sull'astina. Se si appendono i fermagli direttamente all'astina per mezzo di un fermaglio che faccia da gancio, la posizione OF viene letta con maggior incertezza per lo spessore del fermaglio stesso, inoltre questo scivola facilmente sull'astina.

La misura di OG è la più critica: se si guarda dall'alto, la piccola molla nasconde la scala millimetrata, guardando di fronte si determina il punto medio della ganascia alla base della molletta, dove c'è il segno a pennarello. L'incertezza della misura di OG è quella che influisce maggiormente sull'incertezza del risultato. Un suo errore in difetto comporta un errore sia sul braccio GF che su GM, e quindi (maggiorato) sulla massa dei magneti: questa risulta valutata in eccesso se i magneti sono tra G e O, in difetto se sono dall'altra parte di G. Cambiando le posizioni di fermagli e magneti a destra e a sinistra della molletta e facendo poi la media (aritmetica o geometrica) dei risultati si minimizza l'errore.

Conviene che le distanze GM e GF siano le più grandi possibile per ridurre le incertezze percentuali sulle loro misure. È bene quindi operare con un numero di fermagli di massa appena superiore o appena inferiore a quella del magnete.

Se i pezzetti di filo usati sono lunghi una decina di centimetri, la massa di ciascuno è poco più di 0,005 g, come si può facilmente calcolare, sapendo che 915 m di filo pesano al massimo 50 g (v. testo). La loro massa è minore dell'incertezza delle masse sia del gruppetto dei fermagli sia del magnete e si può trascurare.

Comunque se le lunghezze dei due bracci sono circa uguali tra loro, si minimizza l'influenza sulle misure dei pezzetti di filo se questi sono di lunghezze uguali.

Tenendo conto della massa di ciascun filo si ottiene facilmente dalla

$$(\text{Massa del magnete} + \text{massa del filo}) \cdot \text{GM} = (\text{massa dei fermagli} + \text{massa del filo}) \cdot \text{GF}$$

$$\text{Massa del magnete} = (\text{GF} / \text{GM}) \cdot \text{massa dei fermagli} + (\text{GF} / \text{GM} - 1) \cdot \text{massa del filo}$$

Il secondo addendo della somma è tanto minore quanto minore è la differenza tra GF e GM. Con i valori della prima riga della tabella 1, e con un valore di 0,010 g per la massa del filo corrispondente a 20 cm di lunghezza, si ottiene: $(\text{GF} / \text{GM} - 1) \cdot \text{massa del filo} = + 0,003 \text{ g}$. Il valore ottenuto è molto minore dell'incertezza della massa del magnete.

Il campo magnetico circostante non influenza la misura. Se il magnete è lontano da oggetti ferromagnetici, è immerso in un campo magnetico uniforme ed è soggetto solo a una coppia con risultante nulla (vedi premessa nel testo). Non solo le gambe del tavolo, ma anche i fermagli metallici appesi, possono influenzare l'equilibrio della bilancia perché determinano una forza sul magnete, se troppo vicini. È bene che la loro distanza dal magnete sia almeno una ventina di centimetri.

2 a. Periodo delle oscillazioni

I risultati sono in Tabella 2. Se si lascia oscillare il magnete grande o quello piccolo con un filo della lunghezza consigliata $\approx 50 \text{ cm}$, le oscillazioni dovute alla coppia orientatrice sono di ampiezza circa costante, perché in entrambi i

casi non interferiscono con quelle del pendolo semplice, che sono rispettivamente intorno a 30 e 80 cm. Si notano comunque deboli battimenti.

Per ridurre le incertezze delle misure del periodo, si misura la durata di una decina di oscillazioni; per il magnete grande possono essere sufficienti anche solo cinque, e per entrambi l'incertezza è al massimo del 2%, usando un cronometro al centesimo di secondo. Se le oscillazioni sono “piccole”, con ampiezza $2\varphi < 20^\circ$ circa, il momento di richiamo è con buona approssimazione, proporzionale all'angolo, e le oscillazioni sono isocrone; per ampiezze “grandi” si nota che la durata media delle oscillazioni tende ad aumentare all'aumentare dell'ampiezza.

2 b. Momento massimo della coppia, momento magnetico del magnete

Il momento della coppia di richiamo ha l'intensità massima $M_{\max} = m_o B$ per $\varphi = 90^\circ$. Il prodotto $m_o B$ si può ricavare dall'espressione del periodo T di oscillazione, se si conosce il momento d'inerzia I del magnete. Questo ha una sezione ottagonale e non è detto che abbia una struttura omogenea, mentre la formula del testo vale per oggetti cilindrici e omogenei. Il suggerimento è di aggiungere al magnete il cilindretto di alluminio, che non modifica il momento magnetico m_o del sistema oscillante: l'alluminio è paramagnetico, cioè si polarizza molto debolmente nello stesso verso del campo inducente, con suscettività $\chi = +2 \cdot 10^{-5}$. Invece il momento d'inerzia del sistema diventa somma dei due momenti di magnete e cilindretto $I_m + I_{Al}$. Se si segue il suggerimento, si può rispondere alla domanda prescindendo dal momento d'inerzia del magnete. Si fissa con poca gomma adesiva (di massa trascurabile) il cilindretto sotto al magnete avendo cura che i centri di massa siano sulla stessa verticale, e si misura il periodo T' delle oscillazioni del sistema magnete-cilindretto. Si è già misurato il periodo T di oscillazione del magnete da solo, e risulta

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I_m}{m_o B} \qquad T'^2 = 4\pi^2 \frac{I_m + I_{Al}}{m_o B}$$

Sottraendo membro a membro la prima formula dalla seconda, ed esplicitando $m_o B$, si ottiene

$$m_o B = 4\pi^2 \cdot \frac{I_{Al}}{T'^2 - T^2}$$

Ovviamente, per calcolare il momento d'inerzia I_{Al} , è necessario pesare il cilindretto con la bilancia, con lo stesso sistema usato per il magnete.

Se si conosce la densità dell'alluminio $\rho = 2,70 \text{ g/cm}^3$, la si può moltiplicare per il volume e ottenere la massa, però il risultato non può avere più cifre significative di quelle del diametro (una o due dati gli strumenti a disposizione), e ha un'incertezza molto maggiore della misura con bilancia.

Tra le “formule utili” nel testo c'è quella che serve per calcolare il momento d'inerzia del cilindretto di alluminio.

$$I_{Al} = \frac{1}{4} m \cdot (r^2 + \frac{1}{3} a^2)$$

Tondino di alluminio “piccolo” associato al magnete “piccolo”

- Massa $m = 3,64 \pm 0,05 \text{ g}$ (misurata con la bilancia, con 2 fermagli per l'equilibrio)
- Lunghezza $a = 5,0 \pm 0,1 \text{ cm}$
- Diametro della sezione $2r = 0,58 \pm 0,02 \text{ cm}$ (tra 0,55 cm e 0,60 cm, misurato con il righello millimetrato)
- Momento d'inerzia $I_{Al} = 0,77 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2$

$$I_{Al} = (1/4) \cdot 3,64 \cdot 10^{-3} \cdot [(0,58 \cdot 10^{-2}/2)^2 + (1/3) \cdot (5,0 \cdot 10^{-2})^2] = 7,66 \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^2$$

$$M_{\max} = m_o B = 4\pi^2 [0,766 \cdot 10^{-6} / (1,890^2 - 1,038^2)] = 1,21 \cdot 10^{-5} \text{ N m}$$

$$\text{Incertezza} = (m_o B_{\max} - m_o B_{\min}) / 2 = 0,07 \cdot 10^{-5} \text{ N m}$$

Tondino di alluminio “grande” associato al magnete “grande”

- Massa $m = 7,38 \pm 0,009 \text{ g}$ (misurata con la bilancia, con 4 fermagli per l'equilibrio)
- Lunghezza $a = 10,0 \pm 0,1 \text{ cm}$
- Diametro della sezione $2r = 0,58 \pm 0,02 \text{ cm}$
- Momento d'inerzia $I_{Al} = 6,17 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2$

$$I_{Al} = (1/4) \cdot 7,38 \cdot 10^{-3} \cdot [(0,58 \cdot 10^{-2}/2)^2 + (1/3) \cdot (10,0 \cdot 10^{-2})^2] = 6,17 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2$$

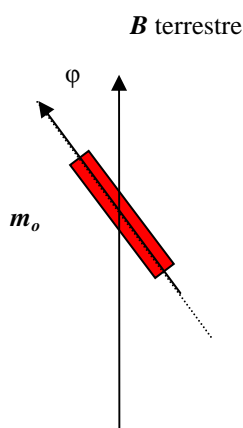
$$M_{\max} = m_o B = 4\pi^2 [6,17 \cdot 10^{-6} / (3,84^2 - 1,76^2)] = 2,09 \cdot 10^{-5} \text{ N m}$$

$$\text{Incertezza} = (m_o B_{\max} - m_o B_{\min}) / 2 = 0,07 \cdot 10^{-5} \text{ N m}$$

N.B. I calcoli sono stati eseguiti con i valori non arrotondati come risultavano dalla calcolatrice. L'arrotondamento è stato fatto poi sui risultati.

Tabella 2

	Periodo (s)	Periodo delle oscillazioni di magnete+tondino (s)	Momento di inerzia del tondino (kg m^2)	$M_{\max} = m_o B$ (N m)	Ordine di grandezza di m_o (A m^2)
Magnete piccolo	$1,04 \pm 0,01$	$1,89 \pm 0,01$	$0,766 \cdot 10^{-6}$	$(1,21 \pm 0,07) \cdot 10^{-5}$	10^0
Magnete grande	$1,76 \pm 0,01$	$3,84 \pm 0,01$	$6,17 \cdot 10^{-6}$	$(2,09 \pm 0,07) \cdot 10^{-5}$	10^0



Assimilando il magnete ad un cilindro omogeneo di diametro 5,8 mm, si può calcolare il suo momento di inerzia; e quindi il valore di $m_o B$ direttamente dal periodo del magnete oscillante da solo. Si ottiene per magnete piccolo e per magnete grande rispettivamente:

$$M_{\max} = (1,32 \pm 0,07) \cdot 10^{-5} \text{ Nm} \quad M_{\max} = (2,29 \pm 0,07) \cdot 10^{-5} \text{ Nm}$$

Questi risultati si discostano da quelli ottenuti per mezzo del cilindretto di alluminio del 9%.

Il momento magnetico si può calcolare se si conosce qualcosa in più del semplice ordine di grandezza del campo magnetico circostante, che è il responsabile delle oscillazioni. A Senigallia, come in tutta Italia, l'ordine di grandezza è 10^{-5} T .

Il momento magnetico m_o di un dipolo è un vettore orientato dal polo Sud al polo Nord del dipolo, e definito operativamente dalla $\mathbf{M} = m_o \times \mathbf{B}$, dove \mathbf{M} è il momento della coppia orientatrice, \mathbf{B} è il campo magnetico esterno. L'intensità di m_o dipende dalla distanza tra i poli, ci dice quanto "forte" è la sua magnetizzazione, e permette di calcolare il campo magnetico creato dal dipolo attorno a sé.

Vista
dall'alto

3 a. Oscillazioni accoppiate sincrone

Perché i due moti oscillatori abbiano la stessa frequenza, cioè lo stesso periodo è necessario scegliere opportunamente la lunghezza del pendolo.

La lunghezza l del pendolo che abbia lo stesso periodo delle oscillazioni "torsionali" prodotte dalla coppia orientatrice, si calcola con la

$$l = \frac{g \cdot T^2}{4\pi^2}$$

Tabella 3

	Periodo (s)	Lunghezza pendolo (m)	Per $\varphi=10^\circ$ θ_{\max}
Magnete piccolo	$1,04 \pm 0,01$	$0,268 \pm 0,005$	$0,32^\circ$
Magnete grande	$1,76 \pm 0,01$	$0,77 \pm 0,01$	$0,19^\circ$

Si regola opportunamente la lunghezza del filo, si lascia partire il sistema nelle condizioni iniziali consigliate nel testo $\varphi \neq 0$ e $\theta = 0$ e ci si riesce dopo qualche tentativo; si osserva che le oscillazioni "torsionali" si accoppiano con oscillazioni pendolari di piccolissima ampiezza; si nota che l'ampiezza delle oscillazioni del moto pendolare è minima quando è massima quella delle "torsionali" e viceversa.

Si ha pertanto una trasformazione continua di energia gravitazionale in energia magnetica e viceversa. L'intervallo di tempo tra i due istanti consecutivi nei quali il moto oscillatorio torsionale si arresta: si trova un tempo di una quarantina di secondi per il magnete grande, mentre per quello piccolo il tempo è circa la metà.

Le energie in gioco sono: energia potenziale gravitazionale, energia potenziale magnetica, ed energia cinetica.

L'alternarsi dei due tipi di oscillazioni si nota di più partendo dalla situazione iniziale con $\varphi = 0$ e $\theta \neq 0$. Però in questo caso le ampiezze delle oscillazioni torsionali possono risultare troppo grandi per accoppiarsi regolarmente con le oscillazioni pendolari, come si può capire anche dalla risposta **3 b**.

3 b. Angolo θ_{max}

Dal momento in cui si sposta il magnete di un angolo di 10° dalla sua posizione di equilibrio, mantenendo la sua energia potenziale gravitazionale nulla ($\theta = 0^\circ$), si attiva il processo di conversione dell'energia, da (potenziale) magnetica $V(\varphi)$ in (potenziale) gravitazionale $U(\theta)$, che si completa quando l'ampiezza di oscillazione del pendolo è massima e quella delle oscillazioni "torsionali" è nulla.

Dato che le oscillazioni di entrambi i tipi durano a lungo, si può supporre che le resistenze passive siano trascurabili, e si possono uguagliare i valori massimi di energia potenziale gravitazionale e potenziale magnetica (corrispondenti ad energia cinetica nulla) e dall'uguaglianza ricavare l'angolo richiesto.

Le espressioni delle energie potenziali gravitazionale $U(\theta)$ e magnetica $V(\varphi)$ sono rispettivamente:

$$U(\theta) = m g l [1 - \cos(\theta)] \quad (1)$$

$$V(\varphi) = m_o B [1 - \cos(\varphi)] \quad (2)$$

Mentre la (1) è di solito nota o comunque facile da ricavare, non altrettanto nota è la (2). Per ricavarla si integra tra 0 e φ

$$\int dV = \int -dL = \int - (m_o B \sin(\varphi)) d\varphi$$

dL indica il lavoro elementare della coppia di forze magnetiche

O anche, senza ricorrere al calcolo differenziale, si procede come si fa di solito per trovare l'espressione dell'energia potenziale elastica, quando vale la legge di Hooke, con una semplice integrazione grafica.

In questo caso, se le oscillazioni hanno piccola ampiezza ($\varphi=10^\circ$) il momento di richiamo è proporzionale a φ : $m_o B \sin(\varphi) \approx m_o B \varphi$, e calcolando l' "area" del triangolo sotto il grafico di $m_o B \varphi$ in funzione di φ si ricava

$$V(\varphi) = \frac{1}{2} m_o B \varphi^2 \quad (3)$$

Come si può facilmente controllare, le espressioni (2) e (3) dell'energia potenziale magnetica, danno risultati che, per $\varphi \leq 10^\circ$, coincidono fino alla 3° cifra significativa.

Si uguaglia l'energia potenziale magnetica iniziale con l'energia potenziale gravitazionale massima

$$V(10^\circ) = U(\theta_{max})$$

$$m_o B [1 - \cos(10^\circ)] = m g l [1 - \cos(\theta_{max})]$$

oppure

$$\frac{1}{2} m_o B \cdot (10^\circ \pi / 180^\circ)^2 = m g l [1 - \cos(\theta_{max})]$$

e si ricava l'angolo massimo θ_{max} dalla

$$\cos \theta_{max} = 1 - \frac{V(10^\circ)}{mgl}$$

Per il magnete piccolo :

$$\text{Calcolando } V(10^\circ) \text{ con la (2)} : \cos \theta_{max} = 1 - [1.21 \cdot 10^{-5} / (4.51 \cdot 10^{-3} \cdot 9.81 \cdot 0.268) \cdot (1 - \cos 10^\circ)] \rightarrow \theta_{max} \cong 0.32^\circ$$

$$\text{Calcolando } V(10^\circ) \text{ con la (3)} : \cos \theta_{max} = 1 - [1/2 \cdot 1.21 \cdot 10^{-5} / (4.51 \cdot 10^{-3} \cdot 9.81 \cdot 0.268) \cdot (10^\circ \cdot \pi / 180^\circ)^2] \rightarrow \theta_{max} \cong 0.32^\circ$$

Per il magnete grande :

$$\text{Calcolando } V(10^\circ) \text{ con la (2)} : \cos \theta_{max} = 1 - [2.09 \cdot 10^{-5} / (7.61 \cdot 10^{-3} \cdot 9.81 \cdot 0.770) \cdot (1 - \cos 10^\circ)] \rightarrow \theta_{max} \cong 0.19^\circ$$

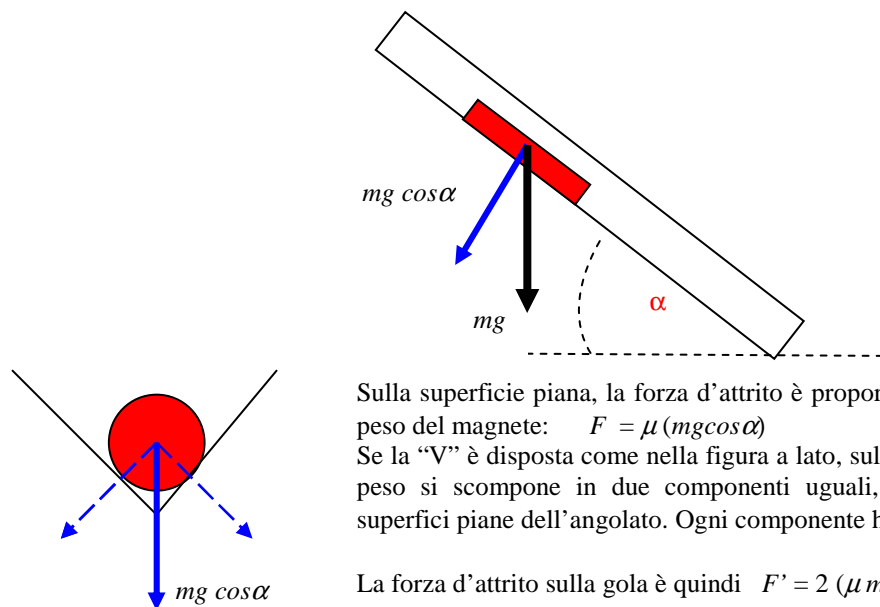
$$\text{Calcolando } V(10^\circ) \text{ con la (3)} : \cos \theta_{max} = 1 - [1/2 \cdot 2.09 \cdot 10^{-5} / (7.61 \cdot 10^{-3} \cdot 9.81 \cdot 0.770) \cdot (10^\circ \cdot \pi / 180^\circ)^2] \rightarrow \theta_{max} \cong 0.19^\circ$$

Risulta $\theta_{max} < 1^\circ$, il che corrisponde a quanto si osserva mentre avvengono le oscillazioni accoppiate "torsionali" e pendolari: il moto pendolare ha una piccolissima ampiezza ed è quasi impercettibile se si fa partire il sistema dalle condizioni iniziali consigliate per prime nel testo.

Se invece nella situazione iniziale è $\varphi=0$, $\theta \neq 0$, si può facilmente ricavare che bastano valori di θ pari a 2° o 4° rispettivamente per magnete grande e magnete piccolo, perché dall'uguaglianza delle energie potenziali risulti $\varphi=180^\circ$. Questi dati sono solo indicativi, perché in tali casi le oscillazioni torsionali non sarebbero più sincrone con quelle del pendolo.

4a. Forze di attrito meccanico

L'angolato è inclinato di un angolo α rispetto al piano orizzontale e la sua sezione a "V" forma un angolo retto.



Sulla superficie piana, la forza d'attrito è proporzionale alla componente normale del peso del magnete: $F = \mu (mg \cos \alpha)$

Se la "V" è disposta come nella figura a lato, sulla "gola", la componente normale del peso si scompone in due componenti uguali, perpendicolari tra loro e alle due superfici piane dell'angolato. Ogni componente ha modulo $mg \cos \alpha / \sqrt{2}$.

La forza d'attrito sulla gola è quindi $F' = 2 (\mu mg \cos \alpha / \sqrt{2})$,

per cui $F'/F = \sqrt{2} > 1$.

In generale, anche se non c'è la simmetria della V rispetto al piano verticale, rimane valida la disuguaglianza: $F' > F$, perché la somma delle intensità delle due componenti normali alle pareti di $mg \cos(\alpha)$, è maggiore di $mg \cos(\alpha)$, per una nota proprietà dei lati di un triangolo: la somma delle lunghezze di due lati è maggiore della lunghezza del terzo.. Da notare che la sezione del magnete è ottagonale e questo tocca con due facce le due superfici dello scivolo, comunque la forza di attrito radente non dipende dall'area delle superfici a contatto.

Sperimentalmente si possono confrontare le forze di attrito meccanico sopra la faccia piana e all'interno dello scivolo: si confrontano le inclinazioni necessarie a far iniziare a muovere di moto uniforme con una piccola spinta il magnete o il cilindretto di alluminio, avendo cura di farlo muovere con piccolissime velocità, per cui la forza frenante di origine magnetica sia nulla o quasi. Oppure si confrontano le inclinazioni sostituendo il magnete con il cilindretto di alluminio, su cui non agisce la forza magnetica. Se ci sono sbavature dovute al taglio queste provocano un comportamento irregolare del cilindretto.

Nella tabella sono riportati esempi con magneti (grandi e piccoli), con "V" simmetrica rispetto al piano verticale; μ è il coefficiente di attrito radente dinamico, μ' è il rapporto tra la risultante delle forze di attrito delle due facce e la risultante delle forze "premententi" $mg \cos(\alpha)$. Risulta

$$mg \sin(\alpha) - \mu mg \cos(\alpha) = 0; \quad \mu = \tan(\alpha) \quad \text{con } \alpha = (\sin^{-1}(h/l)); \quad \mu' = \tan(\sin^{-1}(h/l));$$

h è l'altezza minima del piano inclinato, o dello spigolo dell'angolato, a cui inizia il moto uniforme, l è la sua lunghezza. Le stesse formule valgono per μ'

	Faccia piana			Interno dello scivolo		
	Lunghezza l (cm)	Altezza h (cm)	μ	lunghezza l (cm)	Altezza h (cm)	μ'
magnete	50	10 \pm 1	0,21 \pm 0,03	50	15 \pm 1	0,32 \pm 0,03
alluminio		8,5 \pm 1	0,17 \pm 0,02		11 \pm 1	0,22 \pm 0,02

4 b. Comportamenti diversi di magnete e tondino sullo scivolo.

Se si lasciano scendere nella gola dello scivolo sufficientemente inclinato magnete e cilindretto di alluminio contemporaneamente e in fila, si nota che quest'ultimo scende più rapidamente, che la distanza tra i due aumenta via via che scivolano giù. Il magnete scende con moto che appare uniforme (quando non decelera addirittura), mentre l'altro accelera continuamente. L'accelerazione prevista se ci fosse solo l'attrito meccanico è: $g (\sin(\alpha) - \mu' \cos(\alpha))$ e non dipende dalla massa. La velocità costante del magnete implica che la forza magnetica faccia equilibrio alla forza acceleratrice: $m g (\sin(\alpha) - \mu' \cos(\alpha))$. L'intensità di questa cresce con l'inclinazione così come si nota che cresce la velocità del magnete.

La forza di "origine magnetica" che frena il magnete in movimento sullo scivolo di alluminio, si spiega con le correnti elettriche indotte nel conduttore massiccio di alluminio, in seguito al movimento del magnete. Queste correnti sono dette "correnti di Foucault" o "correnti parassite". Quanto maggiore è la velocità del magnete, tanto maggiore è la rapidità di variazione del flusso $\Delta\Phi_B/\Delta t$ attraverso la zona dell'angolato in cui sta transitando il magnete, tanto più intense le correnti indotte (legge di Neumann), e più intenso il frenamento (legge di Lenz).

Nella tabella si riportano esempi di tempi di discesa Δt del magnete raffrontati con i tempi $\Delta t'$ previsti dalla teoria per un oggetto non magnetico che scivoli giù nelle stesse condizioni, con il solo attrito radente dinamico che frena il movimento. Risulta sempre $\Delta t > \Delta t'$, anche se i tempi Δt misurati hanno tra loro differenze ben superiori all'incertezza della misurazione con il cronometro. Capita a volte che il magnete si arresti ad un certo punto della discesa. Queste differenze di comportamento possono essere imputabili alla disposizione un po' variabile delle linee di campo uscenti principalmente dalle due estremità del magnete rispetto allo scivolo, e quindi a differenti valori del flusso Φ_B , ma anche a variazioni nell'attrito meccanico dovute a piccole asperità dell'angolato o del cilindretto come viene evidenziato dal moto a volte irregolare anche del cilindretto di alluminio.

I tempi $\Delta t'$ sono stati calcolati usando la nota formula $s = \frac{1}{2} a t^2$, che in questo caso diventa:

$$(\text{lunghezza angolato-lunghezza magnete}) = \frac{1}{2} g (\sin\alpha - \mu' \cos\alpha) \cdot (\Delta t')^2$$

Altezza h (cm)	Δt (s) magnete piccolo	$\Delta t'$ (s) (magnete piccolo)	Δt (s) magnete grande	$\Delta t'$ (s) (magnete grande)
20	23±2	0,875	8±2	0,855
25	6±2	0,632	3±1	0,617
30	3±1	0,516	1,5±0,5	0,504

Ha fornito lo spunto per le domande 2 e 3 l'articolo "Cheap and Easy Coupled-Oscillations Demonstration" (Charles A. Sawicki, *Phys. Teach.* **36**, 417, 1998)

Le masse sono state misurate con la bilancia elettronica. I periodi sono stati misurati a Padova.

N	Massa Magnete piccolo $\pm 0,01\text{g}$	Periodo $\pm 0,005\text{ s}$	Massa tondino $\pm 0,01\text{ g}$	N	Massa Magnete Piccolo (g) $\pm 0,01\text{ g}$	Periodo $\pm 0,005\text{ s}$	Massa tondino $\pm 0,01\text{g}$
1	4,38	1,041	3,71	91	4,39	1,031	3,66
3	4,42	1,028	3,69	93	4,45	1,047	3,66
5	4,39	1,071	3,66	95	4,39	1,033	3,67
7	4,45	1,039	3,66	97	4,40	1,016	3,66
9	4,41	1,061	3,68	99	4,38	1,014	3,65
11	4,49	1,014	3,66	101	4,37	1,052	3,66
13	4,38	1,052	3,67	103	4,40	1,045	3,68
15	4,48	1,024	3,66	105	4,31	1,053	3,57
17	4,38	1,041	3,65	107	4,31	1,040	3,61
19	4,43	1,050	3,66	109	4,41	0,991	3,49
21	4,40	1,034	3,66	111	4,43	1,019	
23	4,37	1,031	3,67	113	4,43	1,005	
25	4,37	1,050	3,67	115	4,36	1,069	
27	4,42	1,055	3,66				
29	4,40	1,046	3,70				
31	4,45	1,011	3,66				
33	4,41	1,019	3,70				
35	4,40	1,036	3,67				
37	4,34	1,056	3,68				
39	4,40	1,022	3,67				
41	4,41	1,050	3,67				
43	4,54	1,036	3,67				
45	4,44	1,071	3,67				
47	4,48	1,008	3,66				
49	4,45	1,010	3,67				
51	4,43	1,028	3,66				
53	4,56	1,025	3,67				
55	4,47	1,041	3,70				
57	4,38	1,027	3,66				
59	4,49	1,050	3,65				
61	4,43	1,025	3,67				
63	4,47	0,996	3,66				
65	4,39	1,035	3,68				
67	4,49	1,030	3,66				
69	4,39	1,025	3,70				
71	4,55	1,067	3,67				
73	4,38	1,006	3,68				
75	4,39	1,002	3,68				
77	4,40	1,019	3,69				
79	4,60	1,010	3,70				
81	4,48	1,048	3,66				
83	4,47	1,025	3,66				
85	4,41	1,023	3,67				
87	4,44	1,038	3,69				
89	4,42	1,025	3,67				

N	Massa Magnete Grande $\pm 0,01\text{g}$	Periodo $\pm 0,01\text{ s}$	Massa tondino $\pm 0,01\text{g}$	n	Massa Magnete grande $\pm 0,01\text{g}$	Periodo $\pm 0,01\text{ s}$	Massa tondino $\pm 0,01\text{g}$
2	7,79	1,75	7,35	92	7,77	1,78	7,39
4	8,00	1,76	7,40	94	7,86	1,75	7,41
6	7,91	1,76	7,36	96	7,83	1,77	7,30
8	7,94	1,74	7,36	98	7,86	1,77	7,29
10	7,85	1,71	7,39	100	7,93	1,81	7,29
12	7,94	1,72	7,32	102	7,81	1,81	7,36
14	7,96	1,74	7,37	104	7,83	1,79	7,39
16	7,90	1,73	7,39	106	7,96	1,76	7,36
18	7,89	1,71	7,29	108	7,88	1,78	7,36
20	7,89	1,76	7,39	110	7,73	1,83	7,39
22	7,71	1,83	7,39				
24	7,94	1,70	7,30				
26	7,77	1,69	7,31				
28	7,72	1,69	7,39				
30	7,97	1,70	7,29				
32	7,83	1,74	7,26				
34	7,92	1,71	7,40				
36	7,85	1,74	7,29				
38	7,83	1,76	7,35				
40	7,90	1,74	7,29				
42	7,90	1,77	7,35				
44	7,87	1,80	7,30				
46	7,93	1,77	7,28				
48	7,99	1,77	7,30				
50	7,90	1,75	7,35				
52	7,86	1,74	7,36				
54	7,57	1,81	7,37				
56	7,84	1,78	7,29				
58	7,93	1,80	7,31				
60	7,79	1,79	7,40				
62	7,90	1,79	7,37				
64	7,83	1,78	7,38				
66	7,93	1,80	7,35				
68	7,59	1,73	7,39				
70	7,82	1,80	7,30				
72	7,85	1,80	7,30				
74	7,86	1,79	7,39				
76	7,90	1,78	7,28				
78	7,94	1,78	7,41				
80	7,84	1,77	7,40				
82	8,02	1,77	7,31				
84	7,84	1,79	7,39				
86	7,82	1,74	7,38				
88	7,74	1,77	7,30				
90	7,90	1,74	7,29				

QUADRO RIASSUNTIVO

1	A	<p><u>Massa del magnete piccolo</u>: valore tra 4,31 g e 4,56 g (v. tabella a pag. 8)</p> <p><u>Massa del magnete grande</u>: valore tra 7,59 g e 8,02 g (v. tabella a pag. 9)</p> <p><u>Principali fonti di incertezza</u>: imprecisa determinazione di OG, massa del filo non trascurabile, grossezza del segno a pennarello sulla molletta.</p>
	B	<p><u>Il campo magnetico terrestre influisce?</u> No.</p> <p><u>Motivazione della risposta</u>: Sul magnete agisce una coppia con risultante nulla.</p>
2	A	<p><u>Periodo di oscillazione</u> magnete piccolo : valore tra 0,991s e 1,061 s (v. tabella a pag. 8)</p> <p><u>Periodo di oscillazione</u> magnete grande: valore tra 1,70 s e 1,83 s (v. tabella a pag. 9)</p>
	B	<p><u>Momento massimo M_{\max}</u> magnete piccolo: valore tra $1,2 \cdot 10^{-5}$ Nm e $1,4 \cdot 10^{-5}$ Nm esempio: $(1,21 \pm 0,07) 10^{-5}$ N m</p> <p><u>Momento massimo M_{\max}</u> magnete grande : valore tra $2,1 \cdot 10^{-5}$ Nm e $2,5 \cdot 10^{-5}$ Nm esempio : $(2,09 \pm 0,07) 10^{-5}$ N m</p> <p><u>Ordine di grandezza del momento magnetico m_0</u> magnete piccolo e magnete grande $= 10^0 \text{ A}^2 \text{ m}$</p>
3	A	<p><u>Modifiche</u>: si regola la lunghezza del pendolo</p> <p>Magnete piccolo - Lunghezza pendolo da 0,24 m a 0,28 m (a seconda del periodo)</p> <p>Magnete grande - Lunghezza pendolo da 0,72 m a 0,83 m (a seconda del periodo)</p>
	B	<p>Magnete piccolo <u>angolo θ_{\max}</u> = $0,3^\circ$</p> <p>Magnete grande <u>angolo θ_{\max}</u> = $0,2^\circ$</p>
4	A	<p><u>Forza risultante di attrito all'interno della V</u> è maggiore della forza di attrito su piano</p> <p>Spiegazione teorica: regola del parallelogrammo</p> <p>Spiegazione sperimentale: inclinazione minima per iniziare a muoversi è maggiore nella gola che fuori: nella gola $h_{\min} = 15 \pm 1$ cm ; su faccia piana $h_{\min} = 10 \pm 1$ cm per il magnete “ $h_{\min} = 11 \pm 1$ cm ; “ $h_{\min} = 8,5 \pm 1$ cm per tondino</p>
	B	<p><u>Differenze di comportamento tra magnete e tondino sullo scivolo</u>: moto accelerato per tondino, per il magnete dopo accelerazione iniziale moto circa uniforme e più lento, a volte irregolare, con tempi di percorso molto maggiori di quelli previsti con il solo attrito. All'aumentare dell'inclinazione cresce la velocità del magnete, pur restando circa costante lungo il percorso, salvo la brevissima fase iniziale di accelerazione</p> <p><u>Interpretazione</u>: sul magnete è presente una forza frenante che cresce con la velocità, dovuta alla presenza delle correnti indotte nello scivolo che seguono le leggi di Neumann e di Lenz.</p>