

1. INDICE DI RIFRAZIONE DEL PMMA

Quesito n. 1.a – Esempio di misurazione. (v. figura 1a).

Scelte due righe parallele a e b sulla carta millimetrata, alla distanza x l'una dall'altra, si appoggia il blocchetto sul foglio. Si guarda la riga a attraverso l'aria, e la riga b , attraverso due facce parallele di PMMA distanti s tra loro. Si ruota il blocchetto, fino a che si vede, con la visuale radente⁽¹⁾ il foglio, che la parte di riga b osservata attraverso il PMMA diventa il prolungamento di a vista direttamente attraverso l'aria. Si segna sul foglio il contorno della base del blocchetto così posizionato, facendo attenzione a non maggiorarne lo spessore s con il segno della matita.

Si ricostruisce il percorso della luce dalle righe a e b ai nostri occhi, usando il metodo delle visuali.

Si traccia la normale p alla faccia del blocchetto nel punto I. Tracciate poi dal punto P le due perpendicolari ad a e a' , si misurano le lunghezze dei due segmenti intercettati, e si calcola il loro rapporto che è uguale a

$$n_P = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

Si può anche ricavare l'indice n dall'espressione generale per una lastrina a facce piane e parallele:

$$n = \sqrt{\sin^2 \alpha + \frac{1 - \sin^2 \alpha}{(1 - x/(s \sin \alpha))^2}} \quad (1)$$

dove x indica la distanza tra le righe e s lo spessore della lastrina attraversato. In questo caso è sufficiente determinare $\sin \alpha$.

La (1) si ricava dall'espressione dello spostamento

$$x = (s / \cos \beta) \sin(\alpha - \beta) \quad (\text{v. fig 1.a}), \text{ ponendo } \cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} \text{ e } \sin \beta = \sin \alpha / n$$

Nella Tabella 1 sono riportati alcuni risultati, ottenuti sia con le misurazioni indicate in figura 1a sia con la (1).

Tabella 1

Spessore s [cm]	Distanza righe x [cm]	$\sin \alpha$ [cm/cm]	$\sin \beta$ [cm/cm]	$n_P = \sin \alpha / \sin \beta$	n_P calcolato con la (1)
3.0	1.0	14.1 / 20.0	9.45 / 20.0	1.49 ± 0.05	1.52
	2.0	18.65 / 20.0	12.50 / 20.0	1.49 ± 0.04	1.57
5.0	1.0	10.2 / 20.0	6.80 / 20.0	1.50 ± 0.07	1.50
	2.0	16.15 / 20.0	11.15 / 20.0	1.45 ± 0.04	1.44
9.85	2.0	7.9 / 14.5	5.3 / 14.50	1.49 ± 0.09	1.44
				Media aritmetica \pm semidisp. max 1.48 ± 0.03	Media aritmetica \pm semidisp. max 1.49 ± 0.07

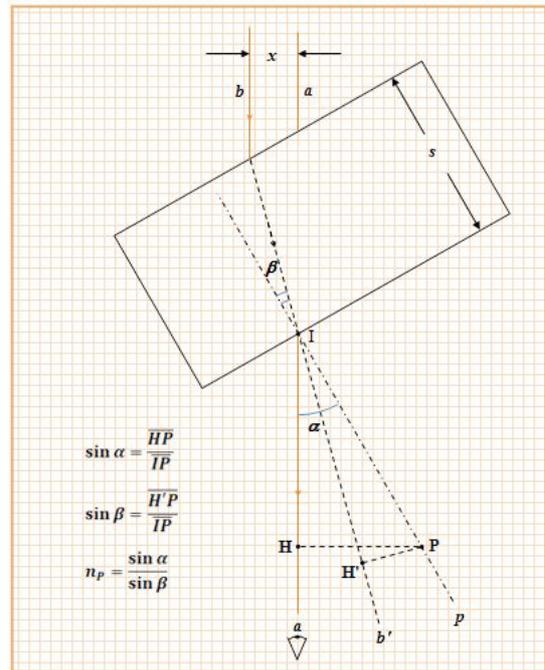


Fig. 1.a

(1) La visuale deve essere radente al foglio, poiché, solo in tal caso, le due rette a e b saranno identificate come raggi appartenenti al piano del foglio.

Le misurazioni con spessore $s = 10$ cm risultano più difficoltose.

Si è stimata l'incertezza di n_P attraverso la propagazione, assegnando un'incertezza alle misure dei segmenti di ± 2 mm per tener conto dell'imprecisione della costruzione grafica.

Vedi per esempio i dati della prima riga della Tabella 1:

$$[(0.2/14.1) + (0.2/9.45)] 1.49 = 0.05 \text{ (4\%)}$$

e dell'ultima riga della Tabella 1:

$$[(0.2/7.9) + (0.2/5.3)] 1.49 = 0.09 \text{ (6\%)}$$

La figura 1b mostra una costruzione grafica alternativa.

Il PMMA ha diversi nomi commerciali, tra i quali il più comune è "Plexiglas".

Nel sito www.temaplex-shop.com/pd si possono reperire le caratteristiche tecniche di vari tipi di plexiglas. L'indice di rifrazione fornito è $n = 1.491$.

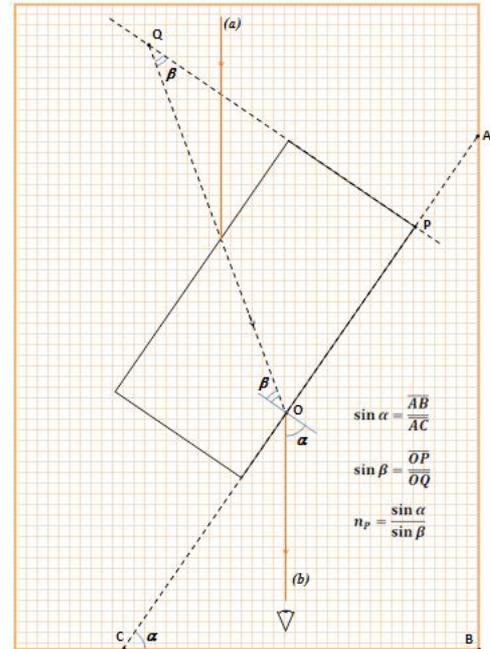


Fig. 1.b

2. INDICE DI RIFRAZIONE DELL'ACQUA

Quesito n. 2.a – Cotone asciutto.

Un raggio di luce proveniente dal cotone asciutto, incide sulla superficie di separazione tra aria e PMMA con un angolo α_1 , e subisce una prima rifrazione, con angolo β_1 . (vedi figura 2.a).

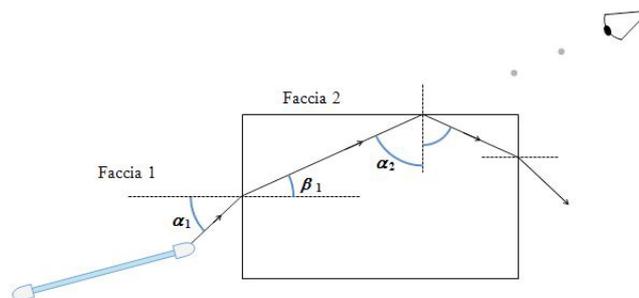


Fig. 2.a – Cotone asciutto

Il raggio rifratto incide sulla faccia contigua a quella in cui è entrato, con un angolo α_2 che è il complementare di β_1 , dato che le due facce sono tra loro perpendicolari. Risulta $\alpha_2 = 90^\circ - \beta_1$.

L'angolo limite del PMMA rispetto all'aria risulta $\beta_{1,\text{lim}} = \arcsin(1/n_P)$; da $n_P = 1.49$ segue $\beta_{1,\text{lim}} = 42^\circ$.

Da $\beta_1 < 42^\circ$ consegue $\alpha_2 > 48^\circ > \beta_{1,\text{lim}}$.

L'angolo di incidenza α_2 sulla faccia contigua è maggiore dell'angolo limite del PMMA rispetto all'aria, quindi la luce si riflette totalmente all'interno del blocchetto, non esce dalla faccia contigua e non arriva ai nostri occhi. Ciò si verifica per un parallelepipedo fatto di un materiale che abbia un indice di rifrazione, rispetto al mezzo in cui si trova, maggiore di $\sqrt{2}$, e di conseguenza un angolo limite di ampiezza minore di 45° . Il complementare sarà di conseguenza di ampiezza maggiore di 45° e quindi maggiore anche dell'angolo limite del mezzo considerato rispetto all'ambiente.

Quesito n. 2.b – Cotone bagnato.

Con opportuno orientamento del blocchetto (v. angolo β_2 in fig. 2b) rispetto alla linea di visuale scelta, il bianco del cotone è visibile. Quindi la luce proveniente dal cotone che arriva ai nostri occhi, sicuramente non ha subito la riflessione interna totale sulla faccia contigua. Ricostruendo all'indietro il suo percorso nel blocchetto, si trova che poiché $\alpha_2 < 42^\circ$, allora $\beta_1 > 48^\circ$. Va notato che valori di $\beta_1 > 48^\circ$ si possono avere sia se l'indice di rifrazione dell'acqua è maggiore di quello del PMMA, sia se risulta inferiore (nella figura 2.b è stata adottata la seconda ipotesi). Se ruotiamo il blocchetto, facendo diminuire β_2 , ad un certo punto, ben prima che β_2 sia nullo, la macchia svanisce.

Al diminuire di β_2 , diminuisce anche α_2 senza annullarsi, e cresce il suo complementare β_1 senza raggiungere i 90° . Quando la macchia è svanita, β_1 ha assunto un valore massimo $\beta_{1,\max}$ che soddisfa alla $48^\circ < \beta_{1,\max} < 90^\circ$. I raggi rifratti dall'acqua al PMMA sulla faccia 1, formano con la normale angoli minori di $\beta_{1,\max}$ e quindi sempre minori di 90° , e ciò dimostra che il PMMA è più rifrangente dell'acqua. Non c'è luce in uscita se la linea di visuale comporta valori di β_1 maggiori di $\beta_{1,\max}$. $\beta_{1,\max}$ è l'angolo limite del PMMA relativo all'acqua.

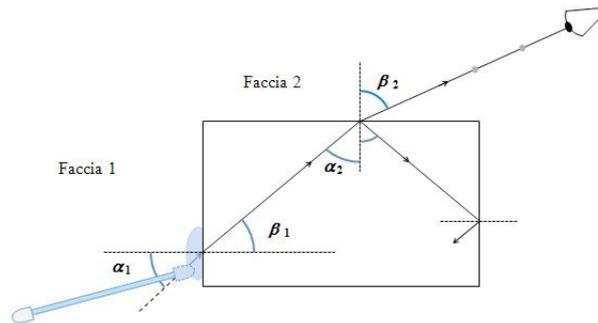


Fig. 2.b – Cotone bagnato

Quesito n. 2.c.

Posto il foglio di carta millimetrata sul cartone, si sceglie su di esso una riga di visuale e vi si piantano i due spilli verticali. In un punto di una faccia verticale, p. es. la contigua di destra a quella che si ha di fronte, si mette a contatto il batuffolo bagnato del bastoncino cotonato. Si gira un po' il blocchetto fino a che la macchiolina bianca del cotone sia ben visibile sulla faccia che appare invece come uno specchio. Si sposta il blocchetto fino a che si vede la macchiolina allineata con i due spilli. Si trova la posizione del blocchetto tale che una piccolissima rotazione in verso opposto faccia sparire la macchia del cotone e tutta la parete assuma un aspetto uniforme. Si ferma il blocchetto in questa "posizione critica".

Nella rotazione del blocchetto, è inevitabile che la macchia esca dall'allineamento con gli spilli. Basta spostare appena il blocchetto per ritrovare facilmente l'allineamento.

Si registra la "posizione critica" tracciando un segmento lungo la base della faccia attraverso la quale si guardava. La riga della visuale scelta sulla carta millimetrata, corrisponde al raggio emergente dal blocchetto.

Si traccia la normale alla faccia. Da misure di segmenti si determina il seno dell'angolo emergente β_2 (tra normale alla faccia e linea di visuale). Applicando la legge di Snell–Cartesio, noto l'indice di rifrazione n_P del PMMA rispetto all'aria, risulta

$$\sin \alpha_2 = \sin \beta_2 / n_P$$

L'angolo β_1 , complementare di α_2 , è l'angolo limite del PMMA rispetto all'acqua. Risulta quindi

$$\cos \beta_1 = \sin \alpha_2 \quad \text{e} \quad n_{PA} = (\sin \beta_1)^{-1},$$

dove n_{PA} è l'indice di rifrazione del PMMA rispetto all'acqua.

Poiché $\cos \beta_1 = \sqrt{1 - \sin^2 \beta_1}$, si ricava facilmente l'indice di rifrazione del PMMA rispetto all'acqua n_{PA} :

$$n_{PA} = \sqrt{\frac{1}{1 - (\sin \beta_2 / n_P)^2}} \quad \text{Dato che } n_A = n_P / n_{PA}, \text{ risulta } n_A = \sqrt{n_P^2 - \sin^2 \beta_2}$$

Esempio di risultati ottenuti con blocchetto la cui base appoggiata sul foglio è di dimensioni $3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$.

$$\sin \beta_2 = 6.60 \text{ cm} / 10.00 \text{ cm}. \quad \text{Con } n_P = 1.49 \text{ risulta } n_{PA} = 1.11; \quad n_A = 1.34$$

Dalla media aritmetica e dalla semidispersione massima anche di altre misure, si trova

$$n_{PA} = 1.12 \pm 0.01; \quad n_A = 1.33 \pm 0.01$$

3. INDICE DI UN MATERIALE GELATINOSO

Quesito n. 3.a.

Si infila la carta millimetrata nella busta impermeabile trasparente. Si pone sulla busta il blocco di PMMA e la sferetta a leggero contatto con una faccia del blocco stesso (faccia a). Si avvicina lo specchietto verticale, mantenendolo parallelo alla faccia a del blocchetto fino a portarlo a leggero contatto con la sferetta. Sulla carta millimetrata si legge la distanza tra specchio e faccia a del blocco, pari al diametro cercato.

Con un metodo alternativo si confronta con la carta millimetrata il bordo equatoriale della sferetta a contatto con lo specchio. Una striscia di carta millimetrata è appoggiata sullo specchio in modo da lambire il punto di contatto tra specchio e sfera. Si guarda in direzione della sfera in modo da vedere il bordo di questa sovrapporsi alla sua immagine speculare. Si regola la posizione della striscia in modo che una sua riga, assunta come “zero” coincida con bordo e immagine del bordo, per esempio a sinistra della sferetta. Si ricerca la coincidenza bordo-riga-immagine del bordo anche dalla parte diametralmente opposta, ottenendo la misura del diametro cercata.

I diametri delle sferette a disposizione sono compresi tra 1.20 cm e 1.60 cm.

Quesito n. 3.b.

Seguendo le istruzioni nel testo, si dispone il materiale come nella figura 3.a.

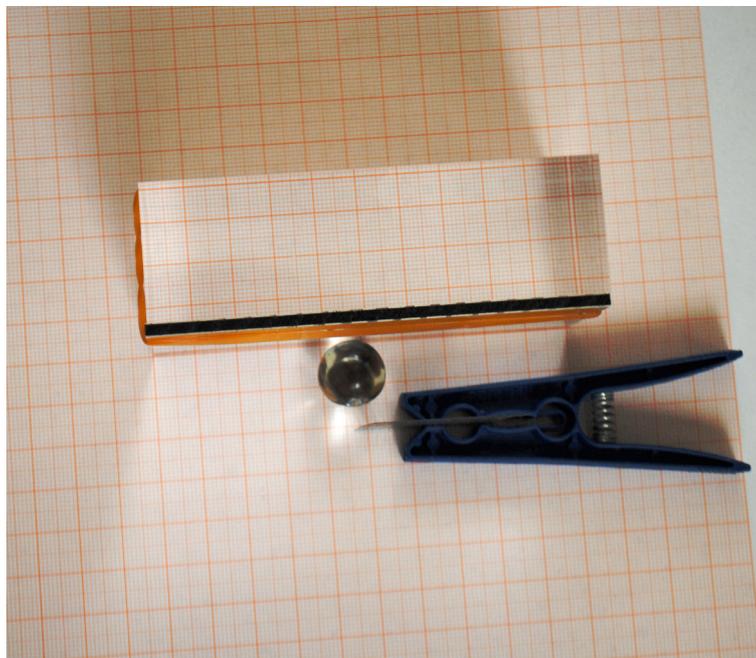


Fig. 3.a

Si sposta la molletta, finché si vede che le divisioni sulla griglia che fa da oggetto, affiancate alla loro immagine, risultano di uguali dimensioni e nella stessa posizione di quelle dell'immagine (v. figura 3.b).

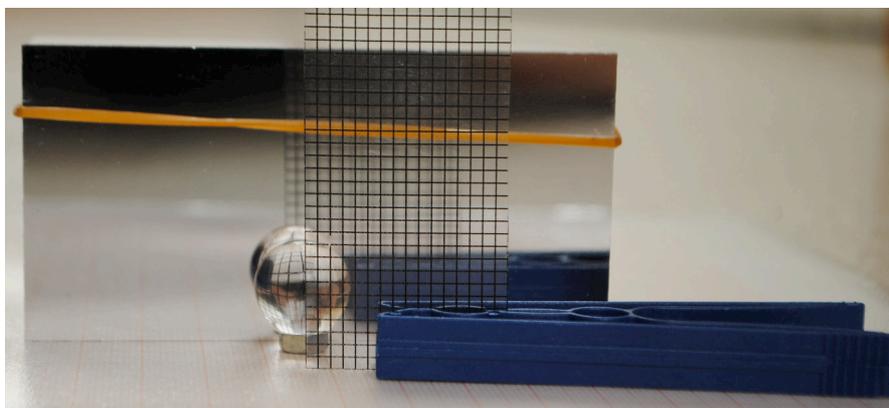


Fig. 3.b

Un ulteriore controllo dell'effettiva coincidenza tra l'oggetto e l'immagine della griglia (nella zona centrale), può ottenersi usando la tecnica della parallasse. Nella tabella 2, vi sono alcuni risultati delle misurazioni:

d è la distanza dell'oggetto dallo specchio, misurata sulla carta millimetrata; e è la distanza del vertice posteriore della sfera dallo specchio; R indica il raggio della sferetta. Vale la relazione $d = f + R + e$ dove f , distanza focale, viene misurata come distanza comune di oggetto e immagine dal centro della sfera.

La distanza focale risulta quindi $f = d - (e + R)$. In Tabella 2 sono riportati i risultati di alcune misure. n_G indica l'indice di rifrazione della gelatina.

Quesito n. 3.c.

Da questa relazione e dalla $f = \frac{R n_G}{2(n_G - 1)}$ si ricava $n_G = \frac{2(d - e - R)}{2d - 2e - 3R}$

Tabella 2

Diametro sferetta $2R$ [cm]	Distanza (minima) e tra vertice sfera e specchio [cm]	Distanza d misurata tra oggetto e specchio $d = f + R + e$ [cm]	Distanza focale $f = d - R - e$ $\pm 1\%$ [cm]	Indice di rifrazione n_G della gelatina
1.35	0.00	2.00	1.33	1.34
1.50	0.00	2.30	1.55	1.32
1.55	0.00	2.30	1.53	1.34
1.20	0.50	2.30	1.20	1.33
1.25	0.50	2.40	1.28	1.32
1.30	0.30	2.30	1.35	1.32
1.40	0.30	2.40	1.40	1.33

Gli scarti percentuali tra i valori delle distanze focali misurati per la stessa sferetta o per sferette di ugual diametro, sono risultati intorno a $\pm 1\%$.

I valori dell'indice n_G nella tabella 3 hanno una media aritmetica pari a 1.33, con una semidispersione massima = 0.01

Tenendo conto anche di altre misure, la media aritmetica resta 1.33, ma la semidispersione massima sale a 0.05. Si ricava $n_G = 1.33 \pm 0.05$

Quesito n. 3.d – Interpretazione.

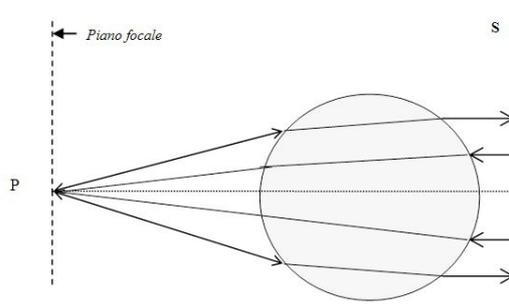


Fig. 4

Un punto P dell'oggetto giace sul piano focale e sull'asse ottico della sfera, cioè nel fuoco della sfera.

I raggi provenienti dal punto P che attraversano la sfera sono rifratti come raggi paralleli all'asse e, dopo la riflessione sullo specchio piano S, incidono sulla sfera ancora come raggi paralleli all'asse. Per il principio dell'invertibilità del cammino luminoso, riattraversando la sfera, convergono nel piano focale nello stesso punto da cui sono partiti.

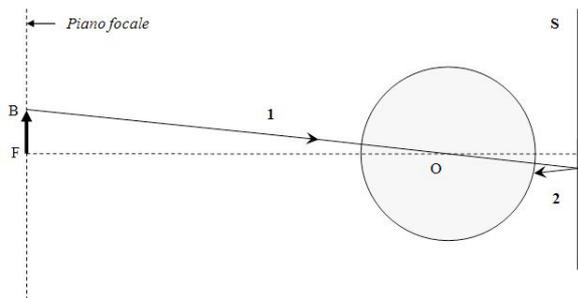


Fig. 5.a

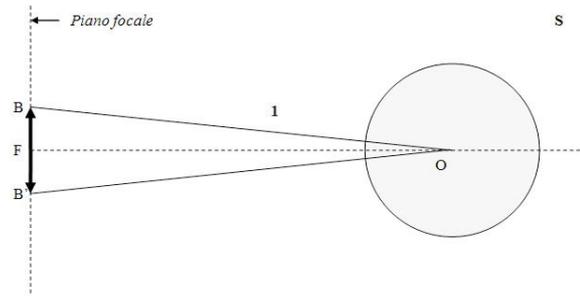


Fig. 5.b

Il raggio 1 proveniente dal punto B dell'oggetto passa per il centro O della sfera, non è quindi deviato. Viene poi riflesso dallo specchio S dando luogo al raggio 2 (Fig. 5.a). Tutti gli altri raggi provenienti da B, dopo la riflessione, hanno la stessa direzione del raggio 2.

Tra questi, in particolare, ve ne sarà uno che, dopo la riflessione sullo specchio, passa per il centro della sfera. Esso incontra il piano focale nel punto immagine B' (Fig. 5.b). Per la seconda legge della riflessione applicata ai raggi 1 e 2, e per il parallelismo dei raggi che hanno subito la riflessione sullo specchio, si dimostra facilmente l'uguaglianza dei due triangoli FBO e F B'O, per cui $FB = FB'$.

Materiale elaborato dal Gruppo

	<p>PROGETTO OLIMPIADI <i>Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica</i> e-mail: segreteria@olifis.it - Tel. 0732 1966045 WEB: www.olifis.it</p>
--	--

NOTA BENE

È possibile utilizzare, riprodurre, distribuire, comunicare al pubblico questo materiale alle due seguenti condizioni: citare la fonte; non usare il materiale, nemmeno parzialmente, per fini commerciali.