Alcune Costanti Fisiche

Valori arrotondati, con errore relativo minore di 10^{-3}, da considerare **esatti**

COSTANTE	SIMBOLO	VALORE	UNITÀ
Velocità della luce nel vuoto	c	2.9979×10^{8}	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
Carica elementare	e	1.60218×10^{-19}	C
Massa dell'elettrone	m_{e}	9.1094×10^{-31}	kg
		$= 5.1100 \times 10^{2}$	keV c^{-2}
Costante dielettrica del vuoto	ε_0	8.8542×10^{-12}	$\mathrm{F\,m^{-1}}$
Permeabilità magnetica del vuoto	μ_0	1.25664×10^{-6}	$\mathrm{H\,m^{-1}}$
Massa del protone	m_{p}	1.67262×10^{-27}	kg
		$= 9.3827 \times 10^{2}$	MeV c^{-2}
Costante di Planck	h	6.6261×10^{-34}	J s
Costante universale dei gas	R	8.3145	$\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$
Costante di Avogadro	N	6.0221×10^{23}	$\mathrm{mol^{-1}}$
Costante di Boltzmann	k	1.38065×10^{-23}	$\mathrm{J\,K^{-1}}$
Costante di Faraday	F	9.6485×10^{4}	$\mathrm{C\,mol^{-1}}$
Costante di Stefan–Boltzmann	σ	5.6704×10^{-8}	$\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$
Costante gravitazionale	G	6.674×10^{-11}	$\mathrm{m^{3}\,kg^{-1}\,s^{-2}}$
Pressione atmosferica standard	p_0	1.01325×10^{5}	Pa
Temperatura standard (0°C)	T_0	273.15	K
Volume molare di un gas perfetto in condizioni standard (p_0, T_0)	V_{m}	2.2414×10^{-2}	$\mathrm{m^{3}\,mol^{-1}}$
Unità di massa atomica	u	1.66054×10^{-27}	kg

Altri dati che possono essere necessari

Valori arrotondati, con errore relativo minore di 10^{-3}, da considerare **esatti**.
Per semplicità – salvo che non sia detto esplicitamente – questi dati, quando riferiti ad una specifica temperatura, si potranno utilizzare anche ad altre temperature senza errori importanti.

Accelerazione media di gravità	g	9.8067	$\mathrm{m\,s^{-2}}$
Densità dell'acqua (a 4°C)	ρ_{a}	1.000×10^{3}	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$
Calore specifico dell'acqua (a 20°C)	c_{a}	4.182×10^{3}	$\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$
Calore di fusione dell'acqua	λ_{f}	3.335×10^{5}	$\mathrm{J\,kg^{-1}}$
Calore di vaporizzazione dell'acqua (a 100°C)	λ_{v}	2.257×10^{6}	$\mathrm{J\,kg^{-1}}$
Densità del mercurio (a 20°C)	ρ_{Hg}	1.3546×10^{4}	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$

LEGGI CON CALMA E MOLTA ATTENZIONE!

È assolutamente necessario ricordarsi di NON scrivere il proprio nome su nessun foglio (ad esclusione del cartoncino che va chiuso nella busta piccola, come detto in copertina). Si dovrà invece SCRIVERE solo il proprio **Codice Studente** (riportato sulla busta piccola colorata) su ciascun **Foglio Riassuntivo** e su ogni foglio a quadretti utilizzato.

Insieme ai testi, per ogni problema ti è stato consegnato un **Foglio Riassuntivo** sul quale dovrai riportare in modo sintetico le risposte ad ogni domanda; i valori numerici devono essere scritti con il corretto numero di cifre, in relazione ai dati forniti e – se necessario – con indicazione dell'unità di misura.

È ESSENZIALE che tutti i risultati (formali e numerici) che hai trovato per ciascun problema siano riportati sul corrispondente **Foglio Riassuntivo**, poiché questo costituisce la base della valutazione della tua prova.

Ricordati di usare un foglio a quadretti diverso per ogni problema e di scrivere per prima cosa, in alto a destra, il tuo **Codice Studente**!

Sui fogli a quadretti devono essere riportate le soluzioni dettagliate, cercando di limitare il testo scritto e di privilegiare invece equazioni, simboli, numeri e diagrammi.

Su ogni facciata dei fogli a quadretti con la soluzione di un problema va sempre scritto, in alto a destra, il numero del problema, il numero di pagina e il numero totale di pagine utilizzate per quel problema, come descritto in copertina.

NOTA importante sui DATI NUMERICI: I dati numerici forniti nei singoli problemi, qualunque sia il numero di cifre con cui vengono scritti, si devono considerare noti con un'incertezza dello $0.1\,\%$, salvo esplicita indicazione contraria. Le costanti fornite nella tabella generale si possono invece considerare note con incertezza trascurabile. Di conseguenza si scrivano i risultati numerici, quando richiesti, con un numero di cifre appropriato all'incertezza del risultato stesso.

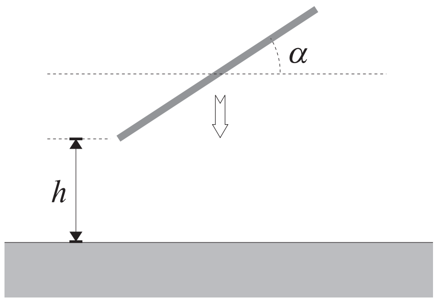
Materiale elaborato dal Gruppo

PROGETTO OLIMPIADI
Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica
e-mail: segreteria@olifis.it - Tel. 0732 1966045
WEB: www.olifis.it

P1 Sbarra in caduta

Punti 100

Il moto di una sbarra che cade urtando con un estremo il pavimento e rimbalza è in generale piuttosto complicato. Al variare dell'inclinazione della sbarra si possono presentare comportamenti differenti. Il modo più conveniente per affrontare questo tipo di problemi consiste nella schematizzazione del moto come composizione di una rotazione attorno al Centro di Massa (CdM) e una traslazione dello stesso. Questa schematizzazione è utile sia per descrivere il moto, sia per esprimere l'energia della sbarra. Il problema esamina un caso particolare.



La sbarra è rigida e omogenea, ha lunghezza ℓ e massa m; le sue dimensioni trasversali sono trascurabili rispetto alla lunghezza. All'inizio l'asta è ferma ed inclinata di un angolo α (con $0° < \alpha < 90°$) rispetto al piano orizzontale ed il suo estremo sinistro, il più vicino al pavimento, è posto ad altezza h dallo stesso. Il pavimento è piano, orizzontale, rigido e senza attrito. Gli urti sono elastici.

La sbarra viene lasciata cadere senza ruotare e urta il pavimento prima con l'estremità sinistra e poi con quella destra.

1. Il primo urto avviene con velocità del CdM in modulo uguale a v_0. Si esprima v_0 in funzione di h.

L'urto con il pavimento può essere schematizzato mediante l'azione di una forza impulsiva $\vec{F}$ che agisce per un intervallo di tempo (molto breve) Δt.

2. Si scrivano le equazioni che consentono di calcolare le eventuali variazioni della quantità di moto, del momento angolare e dell'energia della sbarra "nell'urto", e cioè tra "un istante immediatamente prima" l'urto e "uno immediatamente dopo". È sufficiente considerare il primo urto. Si indichi con $\vec{v}_1$ la velocità del CdM subito dopo il primo urto.

3. Si determinino $\vec{v}_1$ e la velocità angolare ω_1 con cui la sbarra ruota dopo il primo urto, in funzione di v_0, ℓ e α.

Si ricordi che per una sbarra di larghezza trascurabile, lunghezza ℓ e massa m il momento di inerzia rispetto ad un asse passante per il CdM e ortogonale alla sbarra vale $I = m\ell^2/12$.

4. Si dica qual è il tipo di moto del CdM dopo il primo urto, se ne trovi l'accelerazione e si specifichi quali sono i casi qualitativamente diversi che si possono presentare.

In qualche caso si osserva che, quando l'estremità destra della sbarra urta il pavimento, essa, inclinata dalla parte opposta, forma con l'orizzontale un angolo nuovamente uguale ad α.

5. Si dica per quale intervallo di valori dell'angolo α è impossibile che si verifichi la situazione descritta.

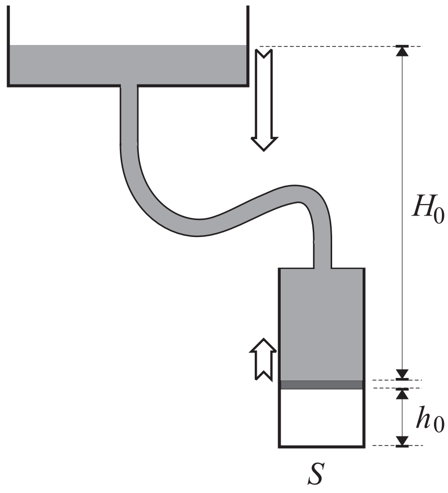
6. Nell'intervallo di valori di α per cui il rimbalzo descritto è possibile, si trovi il rapporto h/ℓ in funzione di α.

7. Si trovi h per $\alpha = 60°$ e $\ell = 2\,\text{m}$.

P2 Trasformazione termodinamica

Punti 100

Nel dispositivo mostrato in figura un recipiente cilindrico, di sezione $S = 100\,\mathrm{cm}^2$, munito di un pistone di massa trascurabile che può scorrere senza attrito, contiene una certa quantità di un gas perfetto biatomico alla temperatura di 20°C. Sopra il pistone, che si trova inizialmente ad un'altezza $h_0 = 10\,\mathrm{cm}$ dal fondo del recipiente, c'è del mercurio che riempie completamente il cilindro e si raccorda, mediante un tubo di gomma pieghevole, con un altro recipiente aperto superiormente. In questo secondo recipiente la superficie libera si trova ad un'altezza $H_0 = 2\,\mathrm{m}$ sopra il pistone. La pressione atmosferica nell'ambiente ha il suo valore standard.



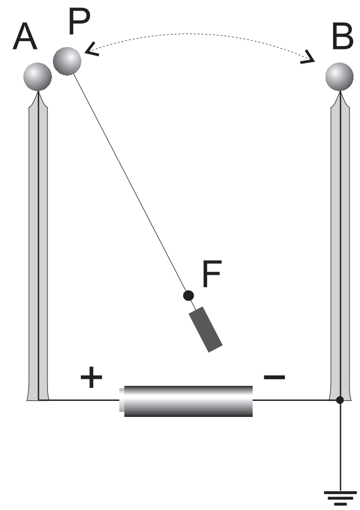
Nel cilindro che contiene il gas, il fondo, la superficie laterale e il pistone sono termicamente isolanti. All'interno del cilindro è contenuto un piccolo riscaldatore elettrico, di volume trascurabile, che all'istante $t = 0$ viene acceso, e fornisce una potenza costante $P = 2\,\mathrm{W}$. Per effetto dell'energia che viene immessa nel sistema il pistone si solleva. Mediante un servomeccanismo, si abbassa il recipiente superiore in modo che, ad ogni salita del pistone di 1 mm, la superficie libera del mercurio scenda contemporaneamente di 9 mm.

Il riscaldatore viene spento, e il servomeccanismo arrestato, quando il volume del gas è raddoppiato. La trasformazione è sufficientemente lenta da poter essere trattata come quasi-statica.

1. Ricavare i valori dei parametri di stato (V, p e T) nello stato iniziale.
2. Ricavare i valori degli stessi parametri nello stato finale.
3. Scrivere l'espressione della funzione $p(V)$ che rappresenta la trasformazione, calcolando il valore del parametro (o dei parametri) che vi compaiono, e rappresentarla graficamente in un piano cartesiano (V, p).
4. Calcolare L, ΔU e Q nella trasformazione.
5. Calcolare quanto tempo dura la trasformazione.
6. Scrivere l'espressione della temperatura del gas in funzione del volume e dei parametri iniziali, e calcolare la massima temperatura raggiunta dal gas e il corrispondente volume.
7. Trovare l'espressione della velocità del pistone in funzione della potenza del riscaldatore e dei parametri di stato del sistema, e calcolarne il valore nell'istante in cui il volume del gas è raddoppiato.

P3 Pendolo elettrostatico

Punti 100



La figura a lato mostra un dispositivo che possiamo chiamare "pendolo elettrostatico". È costituito da un pendolo fisico che oscilla in un piano verticale attorno ad un fulcro fisso F. All'estremo inferiore dell'asta che lo forma è attaccato un contrappeso, mentre l'estremo superiore termina con una piccola sfera metallica P, di raggio r. Nello stesso piano verticale si trovano altre due sfere metalliche A e B, identiche a P, poste in posizione simmetrica rispetto al pendolo, ad una distanza molto maggiore del loro raggio e ad un'altezza uguale a quella a cui oscilla P. A e B sono collegate, tramite due conduttori aventi grande resistenza e capacità trascurabile, ad un generatore elettrostatico: A è collegata al polo positivo, mentre B a quello negativo, che è messo a terra. Sia V la differenza di potenziale elettrico del generatore.

Nelle sue oscillazioni, la sfera P viene periodicamente e alternativamente in contatto con A e B. Faremo l'ipotesi che la resistenza elettrica dei conduttori che collegano queste sfere al generatore e a terra sia sufficientemente alta da poterle considerare elettricamente isolate dal circuito durante il brevissimo tempo di contatto con la sfera oscillante ma sufficientemente piccola perché esse si riportino in una situazione di equilibrio in un tempo minore della metà del periodo di oscillazione del pendolo.

NOTA: A parte gli istanti di contatto, le sfere A *e* B *si considereranno come conduttori isolati, trascurando ogni effetto di induzione e.s. tra loro e con la sfera del pendolo anche quando questa è vicina; questa schematizzazione, per quanto chiaramente grossolana, è adeguata alla trattazione del problema.*

A causa delle interazioni elettrostatiche dovute ai contatti, il pendolo acquista dunque, ad ogni oscillazione, un'energia almeno sufficiente a compensare quella persa a causa degli attriti, e può così continuare a funzionare per un tempo molto lungo.

1. Determinare, in funzione di V, l'espressione della carica Q_A depositata sulla sfera A quando P è lontana da questa, e analogamente quella della carica Q_B depositata su B quando P è lontana da B. Si calcolino anche i valori numerici ponendo $V = 2000\,\mathrm{V}$ e $r = 2\,\mathrm{cm}$.

2. Trovare l'espressione, in funzione di Q_A, della carica q_1 trasportata da P nel suo moto da A a B, e di quella q_2 trasportata nel ritorno da B ad A. Si consideri la situazione di equilibrio, in cui q_1 e q_2 mantengono rispettivamente lo stesso valore ad ogni oscillazione. Calcolarne anche i valori numerici.

3. Il risultato trovato al punto precedente mostra che, considerando un'oscillazione completa, si ha un trasferimento netto di carica da A a B, e quindi una corrente elettrica di intensità media I. Scrivere, in funzione di Q_A, del periodo delle oscillazioni T e del potenziale V, l'espressione di I e della resistenza equivalente del circuito, R_e. Calcolare i valori numerici supponendo che il pendolo compia 95 oscillazioni al minuto.

4. L'isolamento di un generatore reale non è mai perfetto (le pile si scaricano, dopo un tempo molto lungo, anche se non vengono usate), e quindi, oltre a quella già considerata trasportata dalla sferetta del pendolo, c'è anche un'altra piccola corrente, che chiameremo parassita, che scorre dal polo positivo a quello negativo del generatore; associata a questa corrente c'è ovviamente una resistenza R_p. Disegnare lo schema del circuito elettrico complessivo tenendo conto di queste considerazioni. Calcolare il valore di I_p supponendo $R_\mathrm{p} = 10\,\mathrm{G\Omega}$ e confrontarlo con I.

Si supponga che nella reazione chimica che avviene nella pila ogni molecola di elettrolita fornisca due cariche elettriche elementari e che la pila funzioni per un tempo Δt.

5. Scrivere l'espressione della carica totale Q_t che attraversa il generatore in un periodo di funzionamento Δt e del minimo numero di moli di elettrolita, n, che deve essere inizialmente presente nel generatore affinché la reazione duri per tutto il tempo Δt. Calcolare i valori numerici ponendo $\Delta t = 1\,\mathrm{anno}$.

6. Determinare l'espressione e il valore numerico della quantità di energia che il generatore eroga ad ogni oscillazione.