Associazione per l'Insegnamento della Fisica

PROGETTO OLIMPIADI

Olimpiadi di Fisica 2016

30ª Edizione

Gara Nazionale
Prova Sperimentale
Giovedì 14 Aprile 2016

Soluzione

Sp LATTINA IN EQUILIBRIO — Punti 200

NOTA – *In questa soluzione, i risultati intermedi sono a volte espressi anche con alcune cifre non significative. Gli arrotondamenti sono effettuati nella fase finale dei calcoli.*

NOTAZIONI USATE (comprese quelle già definite nel testo):

- s Spessore della latta
- ρ Densità dell'acqua
- g Accelerazione di gravità
- M Massa della lattina
- m Massa d'acqua inserita nella lattina
- H Altezza della lattina
- γ Distanza tra il fondo della lattina e il piano $xy : (z = 0)$
- R_{inf} Raggio della base inferiore
- R_{c} Raggio del corpo della lattina
- R_{sup} Raggio della base superiore
- R_{i} Raggio interno del corpo della lattina ($R_{\mathrm{i}} = R_{\mathrm{c}} - s$)
- X_0, Z_0 Coordinate del CM della lattina vuota
- X, Z Coordinate del CM della lattina con l'acqua
- V_{u} Volume di un'unghia cilindrica
- $X_{\mathrm{u}}, Z_{\mathrm{u}}$ Coordinate del CM di un'unghia cilindrica
- X_{ua} Ascissa del CM dell'unghia aggiunta
- X_{um} Ascissa del CM dell'unghia mancante
- $X_{\mathrm{s}}, Z_{\mathrm{s}}$ Coordinate del Centro di Spinta CS sulla lattina
- $X_{\mathrm{us}}, Z_{\mathrm{us}}$ Coordinate del CM dell'unghia d'acqua spostata
- M_{u} Massa d'acqua associata al volume V_{u}.

Risposta 1.a

Per prima cosa si trova l'ascissa del centro di massa CM del listello scarico. Viene appoggiato sulla lama perpendicolarmente a questa e si cerca la sua posizione di equilibrio. Poiché il CM del listello è più alto del punto di applicazione della reazione vincolare prodotta dalla lama, l'equilibrio risulterà instabile. Pertanto si considera raggiunto l'equilibrio quando lo spostamento di 1 mm del listello, fa sì che questo invece di appoggiarsi al tavolo da una parte, si appoggi dall'altra.

Esempio di misure:

Ascissa del CM del listello $= (25.6 \pm 0.1)\,\mathrm{cm}$.

Negli equilibri successivi, con listello caricato, l'appoggio sulla lama dovrà sempre avere l'ascissa del CM, così da equilibrare il momento del peso del listello rispetto all'appoggio.

Per massimizzare i due bracci all'equilibrio, si sceglie un contrappeso di massa confrontabile con quella della lattina. A tale scopo sembra andar bene 1 dado. Questo viene disposto in modo che due facce opposte siano parallele alle tacche della scala millimetrata, così che le loro ascisse siano facilmente leggibili. La media aritmetica delle due ascisse fornisce la posizione del centro del dado. Dall'uguaglianza del momento del peso del dado e di quello della lattina rispetto al CM del listello scarico, si ricava la massa M della lattina.

Esempio di risultati:

TABELLA 1

Massa dado [g]	Posizione centro lattina [cm]	Posizione centro dado [cm]	Massa lattina [g]	Massa lattina [g]
52.0	(43.6+50.0)/2 (0.0+6.4)/2	(4.2+7.1)/2 (45.0+47.9)/2	48.93 48.40 Media 48.7	48.7 ± 0.1
52.6	(43.6+50.0)/2 (0.0+6.4)/2	(4.5+7.4)/2 (44.8+47.7)/2	48.75 48.49 Media 48.6	

Esempio di calcolo (v. prima riga della tabella):

$$M = 52.0\,\mathrm{g}\,\frac{[25.6 - (4.2 + 7.1)/2]\ \mathrm{cm}}{[(43.6 + 50.0)/2 - 25.6]\ \mathrm{cm}} = 48.934\,\mathrm{g}\,.$$

L'incertezza corrisponde alla semidispersione massima dei valori medi.

La non perfetta sistemazione del listello sulla lama si corregge abbastanza bene con la doppia pesata.

Misurata con bilancia digitale, la massa della lattina vuota risulta: $(48.7 \pm 0.1)\,\mathrm{g}$.

In ulteriori prove con altre lattine, la semidispersione è contenuta in $\pm\,0.3\,\mathrm{g}$.

NOTA – *La massa delle lattine varia da postazione a postazione, secondo la tabella riportata in pag. 10 di questa soluzione.*

Risposta 1.b

Misurazioni con calibro ventesimale. I parametri misurati hanno una loro incertezza intrinseca, come appare dalla tabella 2, in cui sono riportati i risultati di tre rilevazioni in punti diversi, seguiti dalla misura. L'incertezza strumentale vale $\pm\,0.005\,\mathrm{cm}$, ed è inferiore all'incertezza intrinseca.

TABELLA 2

				Misura [cm]
Altezza della lattina H [cm]	11.780	11.800	11.800	11.79 ± 0.01
Diametro esterno al bordo superiore $d_{\mathrm{sup}} = 2\,R_{\mathrm{sup}}$ [cm]	6.750	6.800	6.720	6.76 ± 0.04
Diametro esterno della fascia laterale $d_{\mathrm{c}} = 2\,R_{\mathrm{c}}$ [cm]	6.560	6.540	6.560	6.55 ± 0.01
Diametro esterno al bordo inferiore $d_{\mathrm{inf}} = 2\,R_{\mathrm{inf}}$ [cm]	6.400	6.390	6.380	6.39 ± 0.01
Distanza del fondo dalla base [cm]			Valore stimato	0.2 − 0.3

È da notare che il diametro della base è nettamente minore di quello del restante corpo cilindrico della lattina.

Risposta 2.a

Data la simmetria della lattina rispetto all'asse z, $X_0 = 0$.

Per determinare Z_0 poniamo la lattina sul piano che verrà inclinato sempre più fino a che la lattina accenna a ribaltarsi. Con questa inclinazione critica, il "punto" di appoggio situato nel bordo inferiore della lattina e il suo centro di massa appartengono alla stessa verticale.

Indicata con h l'altezza (già corretta di Δh, vedi dopo) del piano inclinato, con $L = 40.0\,\mathrm{cm}$ la sua lunghezza e con R_{inf} il raggio di base della lattina, si ricava: $\theta = \mathrm{arcsen}(h/L)$ e, $Z_0 = R_{\mathrm{inf}}/\tan\theta$.

L'angolo θ, che esprime l'inclinazione della base della lattina rispetto al piano orizzontale, è uguale all'angolo tra la verticale individuata in precedenza e l'asse Z.

Durante l'inclinazione, la base della lattina si solleva un po' a monte, rispetto alla tavoletta (v. figura S1). L'altezza ε del sollevamento si può stimare pari a 1 mm, ad esempio, inserendo delicatamente lo spessore di un elastico sotto la lattina.

L'effettiva inclinazione θ della base della lattina rispetto al piano orizzontale vale $\theta' + \Delta\theta$. Per sommare θ' e $\Delta\theta$, questi vanno pensati come due angoli consecutivi, con il vertice in comune in V, con la lattina completamente a valle del piano inclinato. La somma si può valutare direttamente, posto $\Delta\theta = \varepsilon/(2R_{\mathrm{inf}})$ e $\theta' = \mathrm{arcsen}(h'/L)$, con gli angoli espressi in radianti.

$$\theta = \mathrm{arcsen}\,\frac{h'}{L} + \frac{\varepsilon}{2R_{\mathrm{inf}}}\,.$$

In alternativa, ad ogni altezza h' del piano inclinato, misurata con la squadra in situazione di *quasi ribaltamento*, va aggiunta una correzione Δh:

$$h = h' + \Delta h = L\,\mathrm{sen}(\theta' + \Delta\theta)\,.$$

Si può porre $\cos(\Delta\theta) \approx 1$ e $\mathrm{sen}(\Delta\theta) \approx \Delta\theta$, a causa del piccolo valore di $\Delta\theta$ e si ottiene

$$h' + \Delta h = L\,(\mathrm{sen}\,\theta' + \Delta\theta\,\cos\theta'),\ \text{da cui}\ \Delta h = L\Delta\theta\,\cos\theta'\,.$$

La correzione da apportare alle altezze dovuta al sollevamento ε del bordo della lattina a monte si può dunque stimare con la formula:

$$\Delta h = \frac{L\,\varepsilon}{2R_{\mathrm{inf}}}\,\cos\theta'\,.$$

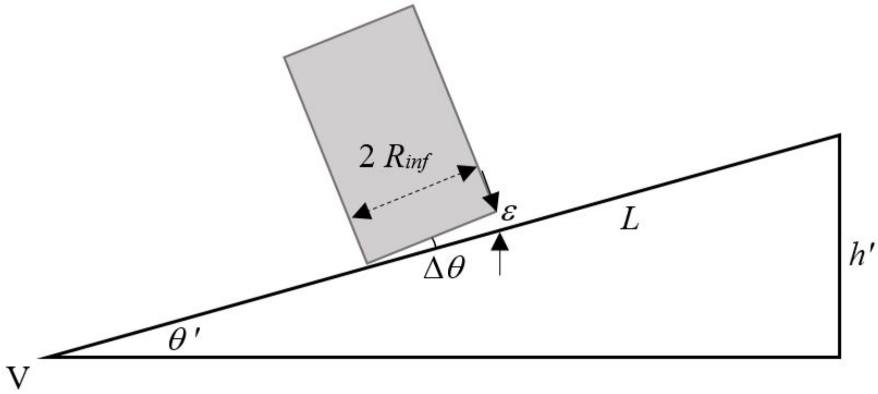

Figura S1 – Inclinazione della lattina

Una stima grossolana di Δh, in linea con l'imprecisione di ε si ottiene con la proporzione: $\Delta h/L = \varepsilon/(2R_{\mathrm{inf}})$; da cui $\Delta h = L\,\varepsilon/(2R_{\mathrm{inf}})$ con Δh costante.

Per $h = 19.1$ cm, si ottiene $\Delta h = 0.6$ cm.

Le misurazioni vengono ripetute con lattina rovesciata, cioè con il fondo in alto.

Nella tabella sono riportate le altezze h del piano inclinato (con correzione $+\,0.6$ cm) in situazione di *quasi ribaltamento*.

TABELLA 3

Lattina diritta	Altezza h corretta (cm)	19.7	19.6	19.6
	Z_0 (cm)	5.65	5.68	5.68
Lattina rovesciata	Altezza h corretta (cm)	18.7	18.8	18.9
	Z_0 (cm)	5.40	5.44	5.49

Con $R_{\mathrm{inf}} = 3.195$ cm, ed essendo $L = 40.0$ cm, per lattina diritta è:

$$Z_0 = \frac{R_{\mathrm{inf}}}{\tan\theta}\,.$$

Per lattina rovesciata, indicato con $R_{\mathrm{sup}} = d_{\mathrm{sup}}/2 = 3.38$ cm il raggio della base superiore ed essendo $H = 11.8$ cm l'altezza della lattina, è

$$Z_0 = H - \frac{R_{\mathrm{sup}}}{\tan\theta}\,.$$

L'errore dovuto alla sottovalutazione dell'altezza h e quindi di $\tan\theta$, per evitare il ribaltamento, con lattina diritta causa un valore di Z_0 in eccesso, con lattina rovesciata causa un valore in difetto. I due effetti tendono a compensarsi.

Media aritmetica dei 6 valori = 5.557 cm, con semidispersione massima 0.14 cm. Segue:

$Z_0 = (5.6 \pm 0.1)\,\text{cm}\,.$

Altre misure presentano una semidispersione massima fino a $\pm 0.3\,\text{cm}\,.$

Risposta 2.b

Il baricentro della lattina vuota inizialmente è poco sotto la metà dell'altezza H:

$Z_0 = 5.6\,\text{cm}\,, \qquad H/2 = 5.9\,\text{cm}\,.$

Se si versa acqua nella lattina, inizialmente il CM si abbassa, ma poi, continuando a versare acqua fino al suo completo riempimento, il CM ritorna circa alla sua posizione iniziale che aveva a lattina vuota.

Se il CM si abbassa per poi risalire, significa che esiste (almeno) una posizione di minima altezza del CM.

All'inizio del riempimento il CM si trova sopra il livello dell'acqua, ma, continuando a versarne, esso inizia a scendere mentre il livello dell'acqua sale. A riempimento completo il CM si troverà sotto il livello dell'acqua, quindi ad un certo punto ne avrà incontrato la superficie libera. In questa posizione il CM gode della proprietà di avere la quota minima. Difatti, se si aggiunge acqua sopra la superficie libera, cioè sopra il CM, questo si alza.

Risposta 3.a

TABELLA 4

Massa totale m_{tot}	Massa d'acqua m [g]	Altezza h [cm]	Inclinazione θ [°]	X [cm]	Z [cm]
58.8	10.1	19.9	29.8	—	—
68.7	20	21.0	31.7	—	—
78.7	30	21.8	33.0	—	—
88.7	40	22.6	34.4	—	—
98.7	50	23.5	36.0	—	—
108.7	60	24.0	37.0	—	—
118.6	70	24.4	37.5	-0.571	3.42
128.7	80	24.8	38.3	-0.541	3.36
138.7	90	25.1	38.9	-0.512	3.33
148.7	100	25.3	39.2	-0.484	3.32
158.6	110	25.4	39.5	-0.458	3.32
168.7	120	25.5	39.7	-0.434	3.33
178.7	130	25.5	39.7	-0.409	3.36
188.7	140	25.4	39.4	-0.384	3.42
198.6	150	25.2	39.1	-0.361	3.49
208.7	160	25.1	38.9	-0.340	3.54
218.8	170	24.8	38.3	-0.318	3.64
228.7	180	24.6	38.0	-0.301	3.71
238.7	190	24.4	37.6	-0.284	3.78
248.7	200	24.1	37.0	-0.268	3.88
258.6	210	23.6	36.1	-0.249	4.04

NOTA – *Alcune masse sono state controllate con la bilancia. I valori delle masse e delle coordinate sono scritti con un eccesso di cifre; si arrotonda poi nel grafico sulla carta millimetrata. Le altezze h comprendono la correzione per l'innalzamento a monte del fondo della lattina.*

Inclinazione: $\theta = \text{arcsen}(h/L)$ con $L = 40.0\,\text{cm}\,.$

Risposta 3.b

Al crescere della quantità d'acqua nella lattina, $\theta_{\max}$ cresce fino a raggiungere il valore massimo di 39.7°, corrispondente alla massa d'acqua di $120 \div 130\,\mathrm{g}$, per poi decrescere a ritmo minore.

NOTA – *Altre misure con i rispettivi grafici sono riportate a pagina 9.*

Risposta 3.c

Quando la lattina si inclina (stando sul piano inclinato) il CM del sistema si sposta *a valle* allontanandosi dall'asse Z. Ciò avviene a causa della formazione delle unghie d'acqua (v. figura 4 del testo).

La coordinata X si ricava usando le *formule utili* riportate nel testo accanto alla figura 4, la definizione di CM, e considerando negativa la massa dell'unghia d'acqua mancante:

$$X(M+m) = X_0 M + X_\mathrm{a} m + X_\mathrm{ua}\, M_\mathrm{u} + X_\mathrm{um}(-M_\mathrm{u})$$

dove X_a è l'ascissa del CM del volume cilindro d'acqua con la lattina verticale, X_ua è l'ascissa del CM dell'unghia d'acqua aggiunta a valle, e X_um è l'ascissa del CM dell'unghia d'acqua mancante a monte.
Tenendo conto che $X_0 = X_\mathrm{a} = 0$ e che $X_\mathrm{ua} = -X_\mathrm{um} = -|X_\mathrm{u}|$ si ha

$$X = \frac{-2\,|X_\mathrm{u}|\,\rho\, V_\mathrm{u}}{M+m} = \frac{-\pi\rho R_\mathrm{i}^4\,\tan\theta}{4(M+m)}\,.$$

Con $R_\mathrm{i} = 6.55\,\mathrm{cm}/2 - 0.02\,\mathrm{cm} = 3.255\,\mathrm{cm}$; con V_u il volume dell'unghia.

La coordinata Z si ricava dalla condizione per l'equilibrio della lattina appoggiata nel punto di coordinate $x = -R_\mathrm{inf}; z = 0$.

Questo punto deve dunque appartenere alla verticale, la cui equazione, nel piano xz solidale con la lattina, è

$$z = \frac{x + R_\mathrm{inf}}{\tan\theta}\,.$$

Le coordinate del CM non sono determinabili per tutte le quantità d'acqua, in quanto non sempre si verifica la formazione di due unghie cilindriche uguali, come si può osservare direttamente guardando nell'interno della lattina. Tale situazione si verifica per i valori della massa d'acqua da 10 g a 60 g nelle prime 6 righe della tabella. Con quelle quantità l'acqua non copre il fondo della lattina, all'inclinazione massima.

Risposta 3.d

Il grafico che mostra le posizioni del CM con diverse masse d'acqua è riportato a pagina seguente (figura S2).

Risposta 4.a

Seguendo il metodo suggerito nel testo, raggiunto l'equilibrio indifferente, si toglie la lattina dall'acqua, la si asciuga esternamente, la si pesa.

Per massimizzare i due bracci all'equilibrio, si sceglie un contrappeso di massa confrontabile con quella della lattina+acqua. A tale scopo sembrano andar bene 3 o 4 dadi.

I dadi vanno posti sul listello accuratamente impilati, in modo che l'ascissa del loro CM coincida con il centro dell'esagono di base, e sia così individuabile.

TABELLA 5

Massa dadi [g]	Posizione centro lattina [cm]	Posizione centro dadi [cm]	Massa lattina con acqua [g]	Massa d'acqua [g]
3 dadi 157.0	(40.9+47.3)/2 (4.8+11.2)/2	(0.0+3.0)/2 (47.0+49.9)/2	204.52 203.83 Media 204.176	204.176-48.7= =155.476 155
4 dadi 209.4	(50.0+43.65)/2 (0.0+6.4)/2	(3.4+6.3)/2 (45.8+48.7)/2	204.714 202.389 Media 203.55	203.55-48.7= =154.85 155

Massa dell'acqua $= 155 \pm 1\,\mathrm{g}$.

Se si misura la quantità d'acqua estraendola a più riprese con la siringa, l'incertezza va valutata sommando le incertezze di ogni singola quantità estratta.

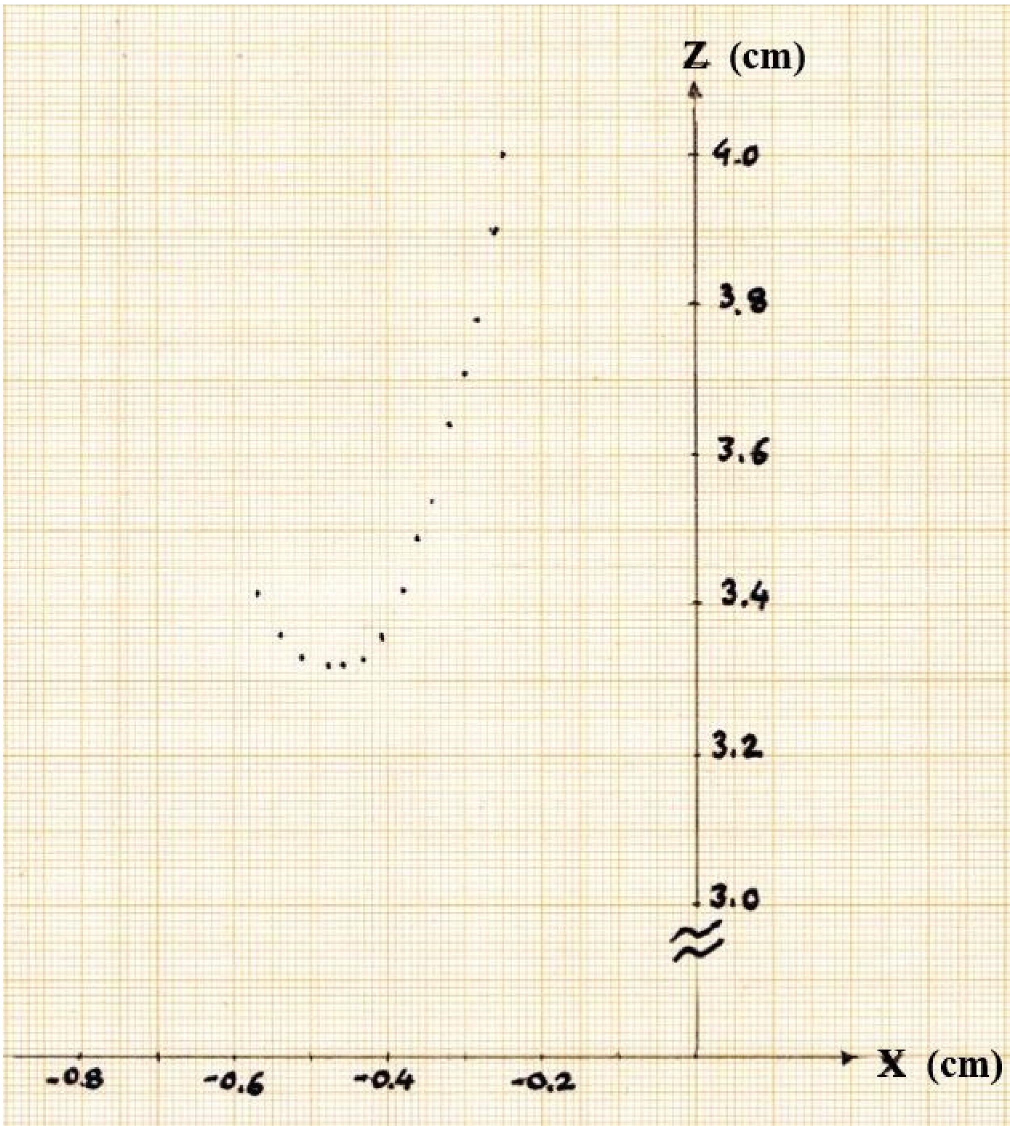

Figura S2 – Posizioni del CM *con diverse masse d'acqua. Vedi anche grafico di figura S6.*

Risposta 4.b

Quando la lattina galleggia, valgono le relazioni schematizzate qui di seguito (v. anche figura S3):

Peso lattina + peso acqua interna = spinta idrostatica su lattina vuota + spinta idrostatica su acqua interna.

Peso lattina + ρg volume acqua interna = ρg volume di altezza δ + ρg volume acqua interna.

In quest'ultima uguaglianza si suppone trascurabile lo spessore delle pareti della lattina, per cui segue

Peso lattina = ρg volume di altezza δ

dove δ è il dislivello tra le superfici libere dell'acqua all'esterno e all'interno della lattina.

Si può semplificare il ragionamento pensando l'acqua contenuta nella lattina come se fosse circondata dall'acqua esterna (si trascura lo spessore della lattina) e quindi come se ne fosse sostenuta direttamente.

Da questo discende che l'acqua spostata dal volumetto di altezza δ pesa come la lattina vuota.

Se il centro di questo cilindretto, che è il centro di spinta (CS) sulla lattina vuota, coincide con il CM della lattina vuota, continua a coincidere anche con lattina obliqua: il cilindretto si deforma ma il suo centro di simmetria, rimane nella stessa posizione.

Difatti la sezione dell'ex cilindretto retto con un piano verticale, non è più un rettangolo, ma è un parallelogrammo, le cui diagonali si intersecano dove si trova il CS considerato, che è dunque sempre allo stesso posto.

Quindi con qualsiasi inclinazione l'equilibrio è assicurato.

Si verifica quantitativamente che con massa d'acqua pari a 155 g, il CM della lattina vuota coincide con il CS sulla lattina vuota, cioè con il centro del cilindretto di altezza δ. Deve essere cioè $Z_0 = z_{\text{spinta}}$, dove Z_s è la coordinata del CS su lattina vuota.

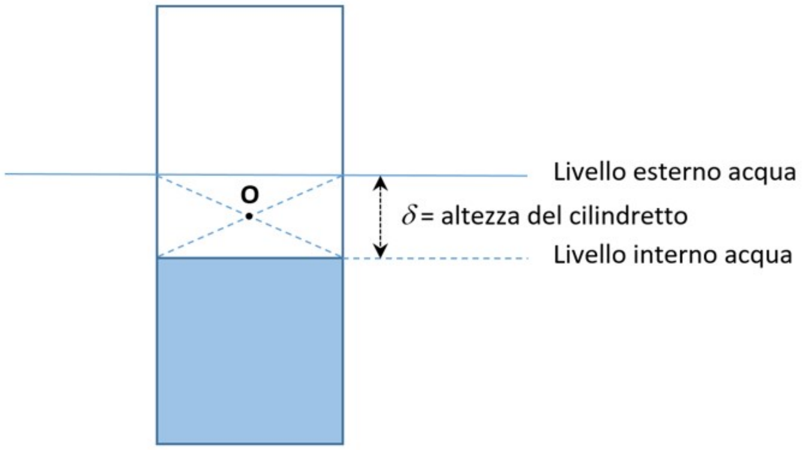

Figura S3 – Il punto O è il centro del cilindretto e coincide col Centro di Spinta [CS] *su lattina vuota*

NOTA – *Tra parentesi quadra vi sono alcuni valori non arrotondati con cui sono stati effettuati i calcoli.*

Coordinata $Z_0 = (5.6 \pm 0.1)\,\text{cm}$ [5.557 cm]
Raggio esterno della superficie laterale $R_c = d_c/2 = 6.55/2 = (3.275 \pm 0.005)\,\text{cm}$
Spessore lattina $(0.020 \pm 0,005)\,\text{cm}$
Raggio interno della superficie laterale $R_i = 3.275 - 0.020 = (3.26 \pm 0.01)\,\text{cm}$ [3.255 cm]
Massa dell'acqua $m = (155 \pm 1)\,\text{g}$
Massa della lattina $M = (48.7 \pm 0.1)\,\text{g}$
Densità acqua $\rho = 1.00\,\text{g}\,\text{cm}^{-3}$
Distanza del fondo della lattina dal piano xy: $\gamma = (0.25 \pm 0.05)\,\text{cm}$

Altezza $\delta = \dfrac{M}{\pi \rho R_i^2}$

$$Z_s = \frac{m}{\pi\rho R_i^2} + \frac{\delta}{2} + \gamma \qquad Z_s = \frac{155}{3.255^2\,\pi\,\rho} + \frac{1}{2}\frac{48.7}{3.255^2\,\pi\,\rho} + 0.25 = 5.638\,\text{cm}\,.$$

Incertezza di Z_s calcolata per propagazione:

$$\frac{(1/155 + 0.02/3.255)155}{(3.255^2\,\pi)} + \frac{(0.1/48.7 + 0.02/3.255)48.7}{(2\pi \cdot 3.255^2)} + 0.05 = 0.115\,,$$

$$Z_s = (5.6 \pm 0.1)\,\text{cm}\,,$$

$$Z_0 = (5.6 \pm 0.1)\,\text{cm}\,.$$

Con una massa d'acqua di 155 g, i due punti considerati coincidono.

Altra possibile formulazione della risposta

Se la lattina galleggia dritta, allora la forma della sua parte immersa è un cilindro retto e il Centro di Spinta CS (punto di applicazione della *spinta di Archimede*) appartiene all'asse Z.

L'inclinazione della lattina modifica la forma della sua parte immersa e in conseguenza di ciò cambia la posizione del CS. L'entità dello spostamento del CS dipende dalle dimensioni delle unghie cilindriche prodotte nell'inclinazione (tracce ABO e A′B′O in figura S4).

Detto V_u il volume di ciascun'unghia, ad esso corrisponde una massa M_u di acqua spostata.

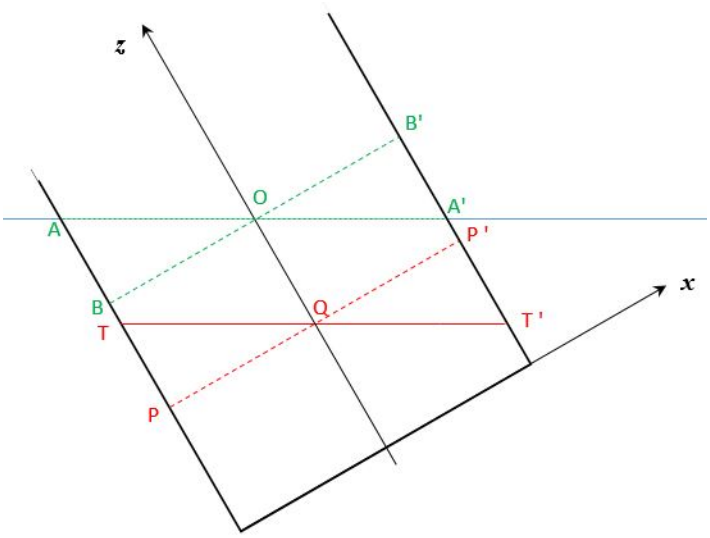

Figura S4

Con riferimento alla coppia di assi cartesiani $x; z$ sono X_{us} e Z_{us} le coordinate del centro di massa di una delle due unghie cilindriche, e X'_{us} e Z'_{us} quelle dell'altra. Posto $\Delta X_{\mathrm{us}} = X_{\mathrm{us}} - X'_{\mathrm{us}}$ e $\Delta Z_{\mathrm{us}} = Z_{\mathrm{us}} - Z'_{\mathrm{us}}$ e indicando con m_{A} la massa totale di acqua spostata dalla lattina, si può scrivere che lo spostamento del centro di spinta ammette le seguenti componenti

$$\Delta X_{\mathrm{s}} = \frac{\Delta X_{\mathrm{us}}\, M_{\mathrm{u}}}{m_{\mathrm{A}}}\,, \qquad \Delta Z_{\mathrm{s}} = \frac{\Delta Z_{\mathrm{us}}\, M_{\mathrm{u}}}{m_{\mathrm{A}}}\,.$$

Anche il CM del sistema lattina + acqua interna subisce uno spostamento a causa dell'inclinazione della lattina giacché si possono individuare ancora due unghie cilindriche interne la cui tracce sono TPQ e T′P′Q in figura.

Se le pareti della lattina hanno spessore trascurabile allora queste unghie cilindriche avranno le stesse dimensioni fisiche (volume e massa) delle precedenti.

Indicando con $M_{\mathrm{tot}} = M + m$ la massa totale del sistema lattina + acqua interna si ha

$$\Delta X = \frac{\Delta X_{\mathrm{us}}\, M_{\mathrm{u}}}{M_{\mathrm{tot}}}\,,$$

$$\Delta Z = \frac{\Delta X_{\mathrm{us}}\, M_{\mathrm{u}}}{M_{\mathrm{tot}}}\,.$$

Poiché, per il principio di Archimede, è $m_{\mathrm{tot}} = m_{\mathrm{A}}$, si deve concludere che CS e CM subiscono gli stessi spostamenti durante l'inclinazione della lattina.

Va notato che il risultato è indipendente dal tipo di equilibrio assunto dalla lattina e che, per ottenerlo, è stato necessario solo imporre la condizione di galleggiamento e lo spessore delle pareti trascurabile.

Dunque, se prima dell'inclinazione CS e CM coincidono continueranno a coincidere anche quando la lattina verrà inclinata: in tal caso l'equilibrio al galleggiamento risulterà indifferente.

Le condizioni da rispettare per avere CS $\equiv$ CM si determinano analiticamente imponendo $Z_{\mathrm{s}} = Z$ per lattina dritta al galleggiamento.

Calcolo della massa d'acqua da versare nella lattina

Risulta

$$Z_{\mathrm{s}} = \frac{1}{2}\,\frac{M+m}{\rho\pi R_{\mathrm{i}}^2} + \gamma\,,$$

$$Z = \frac{Z_0 M + \left(1/2\; m/(\rho\pi R_{\mathrm{i}}^2) + \gamma\right) m}{M+m}\,.$$

Dall'uguaglianza delle due espressioni, si ricava: $m = \rho\pi R_{\mathrm{i}}^2 (Z_0 - \gamma) - M/2$

Con i dati elencati a pag. 6 e 7, si calcola m:

$$m = 3.255^2\pi\,(5.55674 - 0.25) - \frac{48.7}{2} = 152.286\,\mathrm{g}\,.$$

Incertezza di m: $\displaystyle\left(\frac{0.02}{3.255} + \frac{0.15}{5.3074}\right) 3.255^2 \cdot 5.3074\pi + \frac{0.1}{2} = 6.128\,\mathrm{g}\,.$

Massa acqua $m = (152 \pm 6)\,\mathrm{g}$, compatibile con la misura $(155 \pm 1)\,\mathrm{g}$ ottenuta con la bilancia.

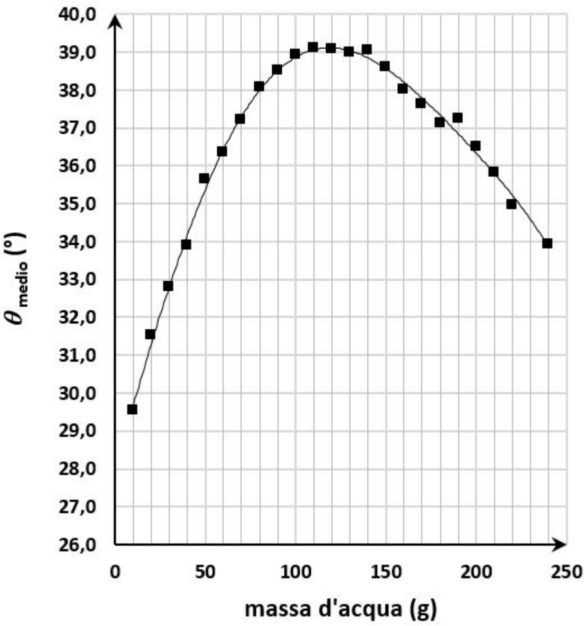

Figura S5

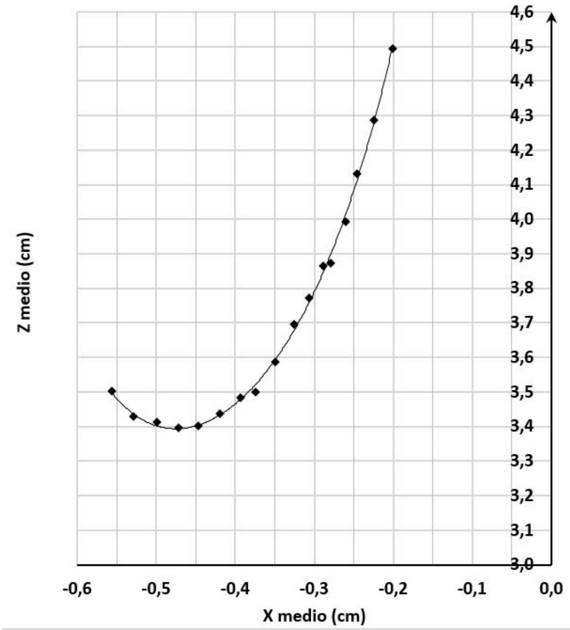

Figura S6

TABELLA 6

Medie su misure ripetute relative al punto 3						
Massa acqua [g]	h media acqua [cm]	Semidisp. max h media [cm]	Inclinazione media [°]	Semidisp. max incl. media [°]	X media [cm]	Z media [cm]
10	19.7	0.2	29.5	0.3	—	—
20	20.9	0.1	31.5	0.1	—	—
30	21.7	0.1	32.8	0.2	—	—
40	22.3	0.3	33.9	0.5	—	—
50	23.3	0.2	35.6	0.3	—	—
60	23.7	0.3	36.3	0.5	—	—
70	24.2	0.2	37.2	0.3	-0.557	3.50
80	24.7	0.2	38.1	0.4	-0.530	3.43
90	24.9	0.3	38.5	0.5	-0.500	3.41
100	25.1	0.2	38.9	0.4	-0.473	3.39
110	25.2	0.2	39.1	0.3	-0.446	3.40
120	25.2	0.3	39.1	0.5	-0.420	3.44
130	25.2	0.3	39.0	0.6	-0.394	3.48
140	25.2	0.2	39.1	0.3	-0.374	3.50
150	25.0	0.2	38.6	0.4	-0.350	3.59
160	24.6	0.4	38.0	0.7	-0.326	3.69
170	24.4	0.3	37.6	0.6	-0.307	3.77
180	24.1	0.4	37.1	0.7	-0.288	3.87
190	24.2	0.2	37.2	0.4	-0.280	3.87
200	23.8	0.3	36.5	0.5	-0.259	3.99
210	23.4	0.2	35.8	0.3	-0.245	4.13
220	22.9	0.1	35.0	0.2	-0.225	4.29
240	22.3	0.1	33.9	0.2	-0.201	4.49

Massa delle lattine misurata con bilancia digitale, con incertezza $\pm 0.1\,\mathrm{g}$.

TABELLA 7

Lattina N.	Massa [g]	Lattina N.	Massa [g]	Lattina N.	Massa [g]	Lattina N.	Massa [g]
1	48.4	31	48.4	61	48.7	91	48.2
2	48.8	32	48.6	62	48.3	92	48.1
3	48.5	33	47.9	63	47.8	93	48.5
4	48.3	34	48.0	64	48.4	94	48.7
5	48.6	35	48.5	65	48.2	95	48.2
6	48.4	36	48.8	66	48.1	96	48.9
7	48.3	37	48.9	67	48.6	97	48.7
8	48.8	38	48.4	68	48.3	98	48.4
9	48.7	39	48.5	69	48.7	99	48.7
10	48.3	40	48.2	70	48.2	100	48.3
11	48.8	41	48.7	71	48.6	101	48.3
12	48.2	42	48.4	72	48.4	102	48.4
13	48.3	43	48.6	73	48.5	103	48.6
14	48.3	44	48.7	74	48.7	104	48.7
15	48.6	45	48.6	75	49.3	105	48.6
16	48.7	46	48.4	76	49.1	106	48.4
17	48.6	47	48.2	77	48.2	107	48.8
18	48.3	48	48.7	78	48.6	108	48.6
19	48.4	49	48.5	79	48.5	109	48.4
20	48.1	50	48.4	80	48.4	110	48.3
21	48.0	51	48.4	81	48.2	111	48.4
22	48.5	52	48.1	82	48.4	112	48.7
23	48.6	53	48.6	83	48.0	113	48.8
24	48.7	54	48.5	84	48.3	114	48.7
25	47.8	55	48.1	85	47.8	115	48.4
26	49.0	56	48.1	86	48.6	116	48.9
27	48.6	57	48.0	87	48.4	117	48.4
28	48.4	58	48.3	88	48.4	118	48.5
29	48.4	59	48.4	89	49.1	119	48.5
30	48.6	60	47.9	90	48.5	120	47.9

$\mathrm{MIN} = 47.8\,\mathrm{g} \qquad \mathrm{MAX} = 49.3\,\mathrm{g}$

Materiale elaborato dal Gruppo

PROGETTO OLIMPIADI
Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica
e-mail: segreteria@olifis.it - Tel. 0732 1966045
WEB: www.olifis.it