

Olimpiadi di Fisica 2019

Soluzione

Gara di Nazionale
Prova Sperimentale - Senigallia (AN)
Giovedì 11 Aprile 2019

EFFETTI JOULE E PELTIER

Effetto Joule

Domanda 1

Riguardo al riscaldamento del resistore per effetto Joule, e successivo raffreddamento a circuito aperto, in tabella T1 sono riportati risultati relativi alla domanda 1, nelle prime 4 colonne, e risultati relativi alla domanda 2 nelle ultime 3. Per rispondere alla domanda 2 si sono considerati valori di temperatura che differivano per più di 2°C dalla temperatura ambiente.

Tabella T1

A circuito chiuso $T_a = 17^\circ\text{C}$		A circuito aperto $T_a = 17^\circ\text{C}$				
Tempo t (s)	Temper. T (°C)	Tempo t (s)	Temper. T (°C)	$T_m - T_a$ (°C)	$\frac{\Delta T}{\Delta t}$ (°C s ⁻¹)	$\ln \frac{T - T_a}{T_{\max} - T_a}$
0	17	0	53	31	-0.50	0
5	20	5	50	28	-0.50	-0.087
10	22.5	10	48	26.5	-0.45	-0.15
15	25	15	45	23	-0.40	-0.25
20	27	20	43	21	-0.33	-0.33
25	30	25	40	18.5	-0.26	-0.45
30	32	30	39	17	-0.25	-0.49
40	35	40	35	14.25	-0.19	-0.69
50	38	50	33	12.5	-0.19	-0.81
60	40	60	31	11	-0.15	-0.94
70	42	70	29	9.5	-0.13	-1.1
80	44	80	27.5	8.75	-0.088	-1.2
90	45	90	26	7.5	-0.075	-1.4
100	47	100	25	6.75	-0.063	-1.5
110	47	110	24	6	-0.050	-1.6
120	48	120	24	5.5	-0.075	-1.6
130	48.5	130	23	5	-0.050	-1.8
140	49	140	22.5	4.75	-0.038	-1.9
150	49	150	22	4.5	-0.025	-2.0
160	50	160	21	3.75	-0.013	-2.2
170	50	170	21	3.5	-0.025	-2.2
180	50	180	21	3.5	-0.025	-2.2
190	51	190	21	3.5	-0.025	-2.2
200	51.5	200	20.5	3.25	-0.012	-2.3

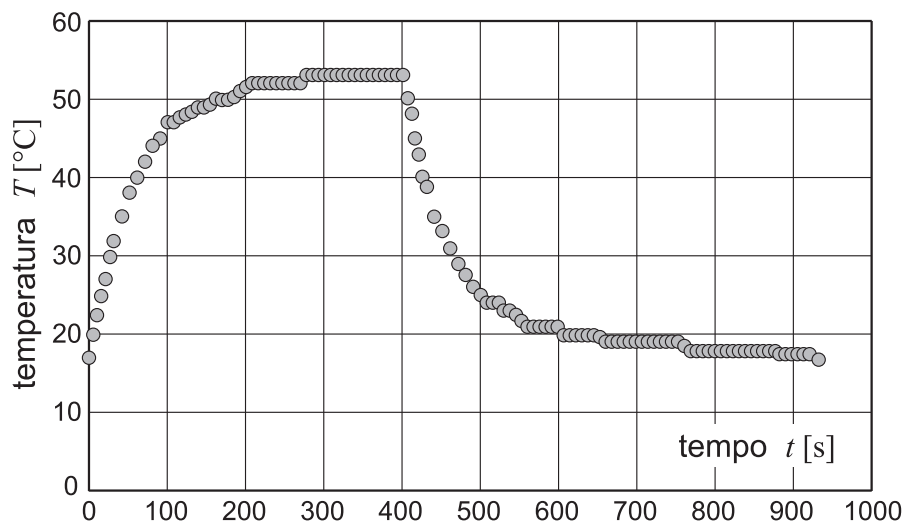
Segue ⇒

A circuito chiuso $T_a = 17^\circ\text{C}$		A circuito aperto $T_a = 17^\circ\text{C}$				
Tempo t (s)	Temper. T ($^\circ\text{C}$)	Tempo t (s)	Temper. T ($^\circ\text{C}$)	$T_m - T_a$ ($^\circ\text{C}$)	$\frac{\Delta T}{\Delta t}$ ($^\circ\text{C s}^{-1}$)	$\ln \frac{T - T_a}{T_{\max} - T_a}$
\Rightarrow Segue						
210	52	210	20	2.75	-0.013	-2.5
220	52	220	20	2.5	-0.025	-2.5
230	52	230	20	2.5	-0.025	-2.5
240	52	240	20	2.5	-0.025	-2.5
250	52	250	19.5	2.25	-0.013	-2.7
260	52	260	19			
270	52	270	19			
280	53	280	19			
290	53	290	19			
300	53	300	19			
310	53	310	19			
320	53	320	19			
330	53	330	19			
340	53	340	19			
350	53	350	19			

NOTA. I calcoli sono stati effettuati con i valori non arrotondati, così come risultavano con la calcolatrice. I risultati sono stati arrotondati alla fine del procedimento di calcolo.

Il grafico G1, mostra l'andamento della temperatura nelle due fasi. Nel raffreddamento la temperatura di 17°C viene raggiunta dopo 930 s.

Grafico G1 – Temperatura in funzione del tempo



Il riscaldamento del resistore subito dopo la chiusura del circuito è causato dalla trasformazione di energia elettrica erogata dalla batteria in un aumento dell'energia interna del resistore stesso e quindi della sua temperatura media. L'aumentare della temperatura fa aumentare la quantità di calore ceduta all'ambiente circostante. Quando tutta l'energia ricevuta dalla pila nell'unità di tempo viene contemporaneamente e completamente ceduta all'ambiente, si raggiunge la stazionarietà per la temperatura T , che rimane costante al valore massimo T_{\max} . Ogni piccola eventuale variazione di temperatura, in più o in meno, viene annullata da un aumento o una diminuzione dello scambio di calore con l'ambiente. Nell'esempio riportato in T1, $T_{\max} = 53^\circ\text{C}$.

Quando si apre il circuito, il raffreddamento è dovuto solo al passaggio di energia all'ambiente, ed è tanto più lento quanto minore è il salto di temperatura tra resistore e ambiente.

Domanda 2

Si scelgono due intervalli di temperatura:

A, alta temperatura, corrispondente a $31 \leq T \leq 53^\circ\text{C}$; B, bassa temperatura, corrispondente a $19 \leq T \leq 31^\circ\text{C}$

Procedimento 1

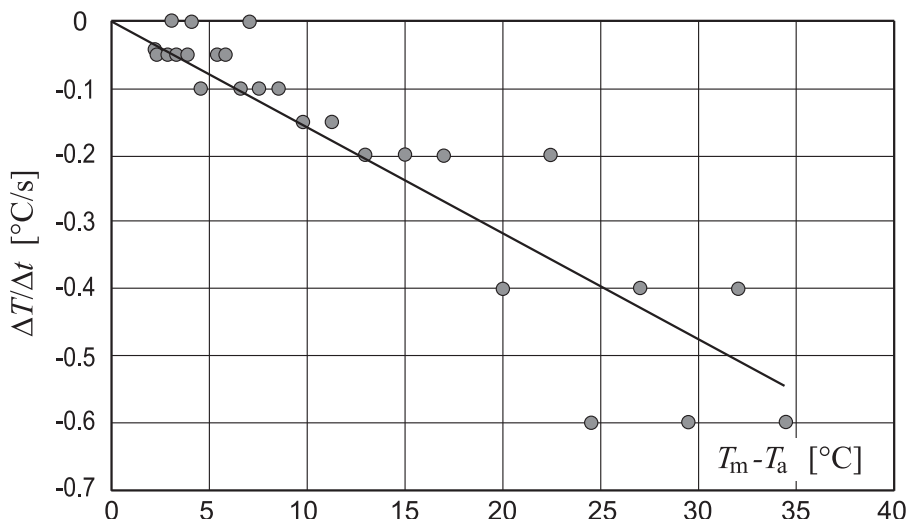
Nel piano cartesiano, si riportano i punti di ascissa $(T_m - T_a)$ e ordinata $\Delta T/\Delta t$, e si determina il coefficiente angolare della retta o delle rette di regressione lineare.

Se si considerano intervalli consecutivi, di ampiezza minima di tempo e di temperatura, per esempio da $t_0 = 0\text{ s}$ a $t_1 = 5\text{ s}$, da $t_1 = 5\text{ s}$ a $t_2 = 10\text{ s}$ ecc. e si calcolano i corrispondenti valori di $\Delta T/\Delta t$ e dei corrispondenti $(T_m - T_a)$, i valori presentano forti fluttuazioni dovute principalmente alla scarsa sensibilità del termometro. (v. grafico G2).

Per ridurre le fluttuazioni, sono stati calcolati i valori di $\Delta T/\Delta t$ e dei corrispondenti $(T_m - T_a)$, riportati nelle colonne quarta e quinta, per intervalli un po' più lunghi, per esempio da t_0 a t_3 , da t_1 a t_4 , da t_2 a t_5 ecc. in modo da ridurre l'incertezza relativa su ΔT . Il risultato, come si vede dal grafico G2/bis è una notevole riduzione delle fluttuazioni.

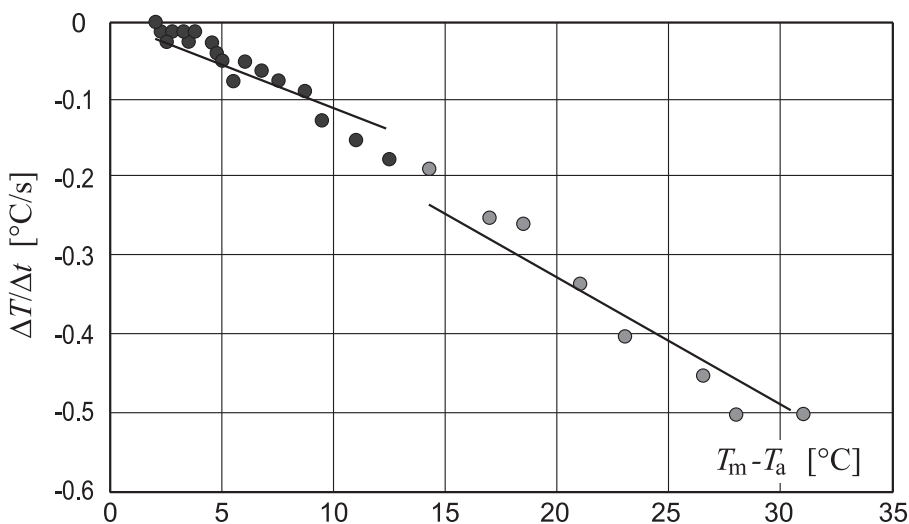
Il grafico G2 è costruito a partire da intervalli Δt e ΔT consecutivi, i cui valori, facilmente calcolabili, non sono riportati in T1. È evidente la grande dispersione dei punti. Si è ricavato un unico valore per β : $\beta_A = \beta_B = 0.016\text{ s}^{-1}$.

Grafico G2 – Intervalli consecutivi



Il grafico G2/bis è costruito a partire da intervalli “sovrapposti”, cioè con i dati in colonna 5 e 6 di T1. Risulta $\beta_A \approx 0.016\text{ s}^{-1}$ nella parte di alta temperatura; $\beta_B \approx 0.011\text{ s}^{-1}$ nella parte di bassa temperatura.

Grafico G2/bis



Procedimento 2

Con la (1) si calcola il valore di β dalla relazione

$$\beta = -\frac{\Delta T}{\Delta t} \frac{1}{T_m - T_a}$$

badando che nella zona di alta temperatura ΔT sia di almeno 2°C , per ridurre le fluttuazioni relative più forti e si fa poi la media aritmetica dei valori.

Si ottengono i valori medi: $\beta_A = 0.016 \text{ s}^{-1}$ nell'intervallo di alta temperatura; $\beta_B = 0.0088 \text{ s}^{-1}$ in quello di bassa temperatura.

Procedimento 3: calcolo con l'uso dei logaritmi

L'informazione data nel testo che la bontà del modello è tanto maggiore quanto più brevi sono gli intervalli di tempo, suggerisce l'idea del passaggio al limite per il rapporto $\Delta T/\Delta t$, per cui la (1) diventa, per $\Delta t \rightarrow 0$,

$$dT/dt = -\beta(T - T_a).$$

Poiché $dT/dt = d(T - T_a)/dt$, risulta che la derivata della funzione $(T - T_a)$ è proporzionale al valore stesso della funzione.

Questa è una proprietà caratteristica dell'esponenziale, per cui la funzione cercata è

$$T - T_a = k e^{-\beta t} \quad \text{con} \quad k = (T_{\max} - T_a),$$

dove T_{\max} è la temperatura iniziale.

Passando ai logaritmi, si ricava

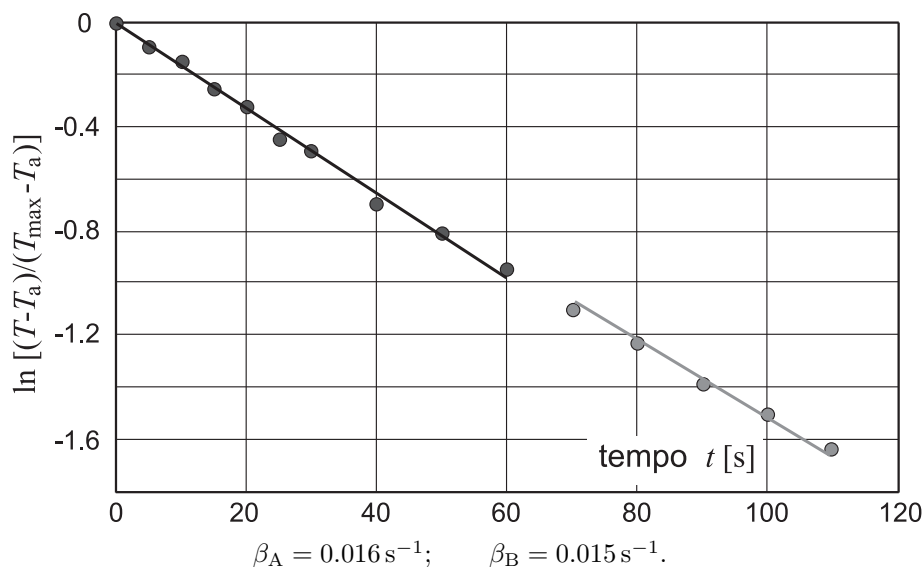
$$\ln \frac{T - T_a}{T_{\max} - T_a} = -\beta t.$$

Vi è dunque una proporzionalità tra $\ln[(T - T_a)/(T_{\max} - T_a)]$ e il tempo t , e $(-\beta)$ è il coefficiente angolare del tratto rettilineo del grafico relativo (v. grafico G3).

In alternativa si possono calcolare i valori di $\beta = -(1/t) \ln[(T - T_a)/(T_{\max} - T_a)]$, e poi la loro media aritmetica β_m .

Procedimento 4: grafico con l'uso dei logaritmi

Grafico G3



NOTA. I risultati molto dispersi dopo i 110s di raffreddamento, quando il salto di temperatura tra resistore e ambiente non supera i 6°C , sono stati omessi dal grafico.

Domanda 3

Espressione richiesta: $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{W}{C} - \beta(T_m - T_a)$

Domanda 4

Scegliamo T o ΔT_i in prossimità dell'istante $t = 0$. All'inizio della fase a circuito chiuso, cioè di riscaldamento, la perdita di energia nell'ambiente è nulla o trascurabile, dato che il resistore si trova a temperatura ambiente o quasi. Il grafico in corrispondenza è pressoché lineare, con una pendenza $\Delta T/\Delta t = W/C$

$$\frac{W}{C} = (22.5 - 17)/10 = 0.55 \text{ K s}^{-1}$$

Possiamo stimare il contributo a $\Delta T/\Delta t$ della piccola perdita di energia verso l'ambiente nell'intervallo di temperatura considerato usando il valore β_B calcolato nell'analisi dei dati della fase di raffreddamento per temperature analoghe, $\beta_B = 0.011 \text{ s}^{-1}$.

$$-\beta_B(T_m - T_a) = -0.011 \times (19.75 - 17) = -0.03 \text{ K s}^{-1}.$$

Correggendo per questa perdita si ottiene

$$\left(\frac{W}{C}\right)_{\text{corretto}} = 0.55 + 0.03 = 0.58 \text{ K s}^{-1}$$

Scegliamo T_f alla fine della fase a circuito chiuso, quando la temperatura è costante.

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \frac{W}{C} = \beta(T_f - T_a)$$

Con $\beta_A = 0.016 \text{ s}^{-1}$, $W/C = 0.016 \times (53 - 17) = 0.58 \text{ K s}^{-1}$.

Lo scarto percentuale tra i valori di W/C coincide con lo scarto percentuale dei valori delle potenze W , dato che C è costante.

Da queste misure risulta che la potenza rimane invariata, da altre appare diminuita o addirittura aumentata seppure di poco. Le variazioni osservate vanno da -5% a $+5\%$. Tenendo conto del fatto che l'incertezza di misura è piuttosto elevata, le piccole variazioni di W/C rispetto al valore all'inizio del riscaldamento non sono significative.

Sarebbe ragionevole aspettarsi una diminuzione di potenza perché sicuramente la tensione fornita dalla batteria diminuisce durante la fase a circuito chiuso. Tuttavia, poiché $W = V^2/R$ dove V è la tensione ai capi del resistore e R la sua resistenza, tale diminuzione è parzialmente compensata dalla diminuzione della resistenza del resistore a pellicola di carbone che, a differenza di un conduttore metallico, presenta un coefficiente di temperatura negativo.

Misure di $W = VI$, ottenute con voltmetro e milliamperometro, danno comunque una diminuzione di potenza rispetto a quella iniziale, contenuta entro il 5% e una diminuzione di resistenza rispetto al valore iniziale di circa 1% .

Effetto Peltier**Domanda 5**

In tabella T2 (a pagina seguente) sono riportati risultati ottenuti con temperatura ambiente $T_a = 18.5^\circ\text{C}$

Descrizione e Interpretazione.

Si nota in questo caso che la temperatura iniziale della giunzione è un po' superiore alla temperatura ambiente, per il calore ricevuto dalle mani dell'operatore.

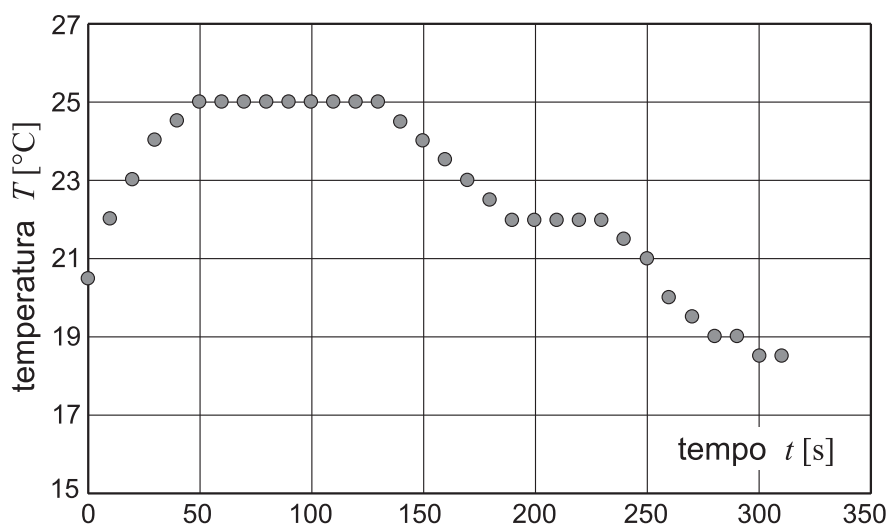
Nella prima fase, con il verso della corrente da rame a costantana, la temperatura sale fino a raggiungere un valore stazionario $T_1 = 25^\circ\text{C}$. A questa temperatura l'energia interna del sistema giunzione+sensore non varia, tutta l'energia elettrica in entrata viene dissipata nello stesso tempo attraverso il calore ceduto all'ambiente.

Invertita la corrente, la temperatura diminuisce fino a raggiungere un valore stazionario $T_2 = 22^\circ\text{C}$, maggiore della temperatura ambiente, ma minore di T_1 . In questa fase l'effetto Peltier, che nella prima fase produceva una variazione di temperatura positiva, concorde con quella prodotta per effetto Joule, produce ora una variazione negativa che è in valore assoluto minore di quella per effetto Joule.

Tabella T2

t (s)	T (°C)
0	20.5
10	22
20	23
30	24
40	24.5
50	25
60	25
70	25
80	25
90	25
100	25
110	25
120	25
130	25
140	24.5
150	24
160	23.5
170	23
180	22.5
190	22
200	22
210	22
220	22
230	22
240	21.5
250	21
260	20
270	19.5
280	19
290	19
300	18.5
310	18.5

Grafico G4



Aperto il circuito, la temperatura si avvicina alla temperatura ambiente T_a con il ritmo sempre più lento, rappresentato dalla (1) nel testo.

Domanda 6

Supposto che W_P e W_J non cambino di valore nelle due fasi, dalle relazioni valide per i “pianerottoli” della temperatura

$$W_J + W_P = \beta C(T_1 - T_a); \quad W_J - W_P = \beta C(T_2 - T_a)$$

si ricava, dividendo membro a membro le due uguaglianze, ed entrambe le potenze per W_J

$$W_P/W_J = (T_1 - T_2)/(T_1 + T_2 - 2T_a)$$

Esempio di risultati in Tabella T3

Nella prima riga sono riportati i risultati relativi a tabella T2 e relativo grafico G4, nelle righe successive quelli ricavati con altre analoghe misurazioni. Nella testata della tabella, Cu+ indica che il filo di rame è collegato al polo positivo della pila; Cu− al polo negativo.

Tabella riassuntiva T3

	T_a (°C)	T_1 (Cu+) (°C)	T_2 (Cu-) (°C)	W_P/W_J
Da Tabella T2	18.5	25	22	0.38
Da altre misure	20.5	25	22.5	0.38
	16	22	19	0.33
	16	21	18	0.43
	16	21	18.5	0.33
	26.5	32	29	0.38
	22.5	29	25.5	0.37

Bibliografia:

Hanno fornito spunti per la prova gli articoli:

J.E.M.Perez Martins: *Physical analysis of an electrical resistor heating*, **2018**, Phys.Educ. 53, 035023

R.C. Dougal: *A simple apparatus to demonstrate the Peltier effect*, **1974**, Phys.Educ. 9, 458

Per approfondire il tema della termoelettricità, effetti Peltier, Seebeck, Thomson:

R. G. Chambers: *Thermoelectric effects and contact potentials (for teachers)*, **1977**, Phys.Educ. 12, 374

Materiale elaborato dal Gruppo



PROGETTO OLIMPIADI

Segreteria delle Olimpiadi Italiane di Fisica

e-mail: segreteria@olifis.it

WEB: www.olifis.it



NOTA BENE

È possibile utilizzare, riprodurre, distribuire, comunicare al pubblico questo materiale alle due seguenti condizioni: citare la fonte; non usare il materiale, nemmeno parzialmente, per fini commerciali.