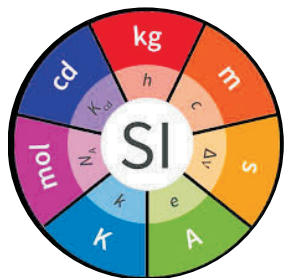


# Olimpiadi di Fisica 2019



## Gara Nazionale Prova Teorica

Venerdì 12 Aprile 2019  
Liceo Statale "Medi"  
Senigallia (AN)

1519-2019

Celebrazioni in onore di  
Leonardo da Vinci



## ISTRUZIONI:

Tempo: 4 ore

**Non sfogliare il fascicolo !  
Aspetta che sia dato il via.**

1. Appena ti verrà dato il via, controlla che il **Codice Studente** riportato sulla busta grande, sulla busta piccola e sul cartoncino sia lo stesso.

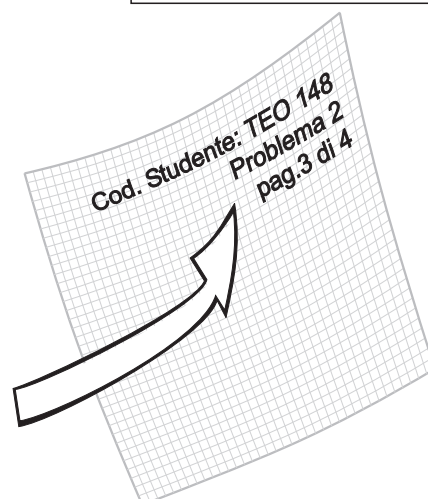
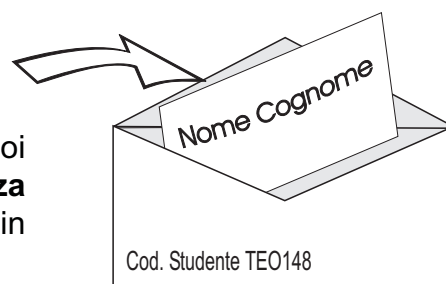
Scrivi chiaro il tuo **NOME e COGNOME** sul cartoncino, poi inserisci il cartoncino nella busta piccola e chiudila **senza incollare il lembo**; metti subito la busta piccola chiusa in quella grande che userai alla fine per consegnare tutti i fogli.

**Successivamente, NON dovrai scrivere il tuo nome su nessun foglio né sulle buste,**

**ma solo il "Codice Studente" !**

2. Leggi con cura i testi dei quattro problemi proposti.
3. E' assolutamente necessario, per non rischiare di essere penalizzati, **utilizzare un foglio diverso per ogni problema.**
4. Su ogni facciata scrivi chiaramente in alto a destra:
  - il tuo **Codice Studente**
  - il **numero** del problema
  - il **numero di pagina** (a partire da 1 per ogni problema)
  - il **numero totale di pagine** usate per quel problema:

*per esempio pag 3 di 4.*



*La Gara Nazionale è realizzata con il sostegno di*

Comune di  
Senigallia

Le Olimpiadi di Fisica  
sono organizzate dall'AIF  
su mandato del



MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA



Liceo Statale "Medi"  
Senigallia

## TAVOLA DI COSTANTI FISICHE

COSTANTI FISICHE PRIMARIE [Valori esatti per definizione – (26.CGPM/16.11.2018)]			
COSTANTE	SIMB.	VALORE	UNITÀ
Velocità della luce nel vuoto	$c$	$2.997\,924\,58 \times 10^8$	$\text{m s}^{-1}$
Carica elementare	$e$	$1.602\,176\,634 \times 10^{-19}$	C
Costante di Planck	$h$	$6.626\,070\,15 \times 10^{-34}$	J s
Costante di Boltzmann	$k$	$1.380\,649 \times 10^{-23}$	$\text{J K}^{-1}$
Costante di Avogadro	$N_A$	$6.022\,140\,76 \times 10^{23}$	$\text{mol}^{-1}$
ALTRE COSTANTI FISICHE <sup>†</sup>			
Massa dell'elettrone	$m_e$	$9.1094 \times 10^{-31}$ $= 5.1100 \times 10^2$	kg $\text{keV } c^{-2}$
Massa del protone	$m_p$	$1.67262 \times 10^{-27}$ $= 9.3827 \times 10^2$	kg $\text{MeV } c^{-2}$
Massa del neutrone	$m_n$	$1.67493 \times 10^{-27}$ $= 9.3955 \times 10^2$	kg $\text{MeV } c^{-2}$
Permeabilità magnetica del vuoto	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7} = 1.25664 \times 10^{-6}$	$\text{H m}^{-1}$
Costante dielettrica del vuoto: $1/(\mu_0 c^2)$	$\epsilon_0$	$8.8542 \times 10^{-12}$	$\text{F m}^{-1}$
Costante elettrostatica: $1/(4\pi\epsilon_0)$	$k_{\text{es}}$	$c^2 \times 10^{-7} = 8.9876 \times 10^9$	$\text{m F}^{-1}$
Costante universale dei gas: $N_A k$	$R$	8.3145	$\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$
Costante di Faraday: $N_A e$	$F$	$9.6485 \times 10^4$	$\text{C mol}^{-1}$
Costante di Stefan-Boltzmann	$\sigma$	$5.6704 \times 10^{-8}$	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$
Costante di gravitazione universale	$G$	$6.674 \times 10^{-11}$	$\text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$
Pressione atmosferica standard	$p_0$	$1.01325 \times 10^5$	Pa
Temperatura standard (0°C)	$T_0$	273.15	K
Volume molare di un gas perfetto in condizioni standard ( $p_0, T_0$ )	$V_m$	$2.2414 \times 10^{-2}$	$\text{m}^3 \text{mol}^{-1}$
Unità di massa atomica	u	$1.66054 \times 10^{-27}$	kg

TAVOLA DI DATI CHE POSSONO ESSERE NECESSARI <sup>†</sup>

Accelerazione di gravità (val. convenzionale)	$g$	9.80665	$\text{m s}^{-2}$
Densità dell'acqua (a 4°C)*	$\rho_a$	$1.00000 \times 10^3$	$\text{kg m}^{-3}$
Calore specifico dell'acqua (a 20°C)*	$c_a$	$4.182 \times 10^3$	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
Densità del ghiaccio (a 0°C)*	$\rho_{g,0}$	$0.917 \times 10^3$	$\text{kg m}^{-3}$
Calore di fusione del ghiaccio	$\lambda_f$	$3.344 \times 10^5$	$\text{J kg}^{-1}$
Calore di vaporizzazione dell'acqua (a 100°C)*	$\lambda_v$	$2.257 \times 10^6$	$\text{J kg}^{-1}$

<sup>†</sup> Valori arrotondati, da considerare **esatti** nella soluzione delle prove delle Olimpiadi di Fisica.

\* Salvo diversa indicazione esplicita, questi dati si potranno utilizzare anche ad altre temperature senza errori importanti.

*Materiale elaborato dal Gruppo*



**PROGETTO OLIMPIADI**  
Segreteria delle Olimpiadi Italiane di Fisica

e-mail: [segreteria@olifis.it](mailto:segreteria@olifis.it)  
WEB: [www.olifis.it](http://www.olifis.it)

**NOTA BENE**

È possibile utilizzare, riprodurre, distribuire, comunicare al pubblico questo materiale alle due seguenti condizioni: citare la fonte; non usare il materiale, nemmeno parzialmente, per fini commerciali.

## LEGGI CON CALMA E MOLTA ATTENZIONE!

NON SCRIVERE il tuo nome su nessun foglio (ad esclusione del cartoncino che va inserito nella busta piccola, come detto in copertina). Devi SCRIVERE solo il tuo Codice Studente (riportato sulla busta piccola colorata) su ciascun Foglio Riassuntivo e su ogni foglio a quadretti utilizzato.

Insieme ai testi, per ogni problema ti è stato consegnato un Foglio Riassuntivo sul quale dovrai riportare in modo sintetico le risposte ad ogni domanda; i valori numerici devono essere scritti con il corretto numero di cifre, in relazione ai dati forniti e – se necessario – con indicazione dell'unità di misura.

È **ESSENZIALE** che tutti i risultati (formali e numerici) che hai trovato per ciascun problema siano riportati sul corrispondente Foglio Riassuntivo, poiché questo costituisce la base della valutazione della tua prova.

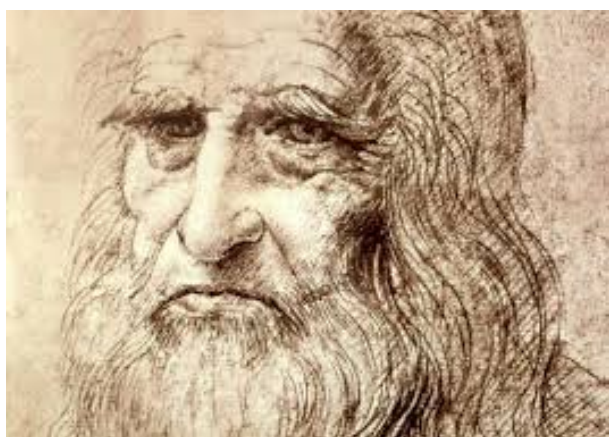
Ricordati di usare un foglio a quadretti diverso per ogni problema e di scrivere per prima cosa, in alto a destra, il tuo Codice Studente!

Sui fogli a quadretti devono essere riportate le soluzioni dettagliate, cercando di limitare il testo scritto e di privilegiare invece equazioni, simboli, numeri e diagrammi.

Su ogni facciata dei fogli a quadretti con la soluzione di un problema va sempre scritto, in alto a destra, il numero del problema, il numero di pagina e il numero totale di pagine utilizzate per quel problema, come descritto in copertina.

Infine un utile consiglio: tieni presente che non sempre la soluzione di una domanda richiede di aver risolto le domande precedenti.

**NOTA importante sui DATI NUMERICI:** I dati numerici forniti nei singoli problemi, qualunque sia il numero di cifre con cui vengono scritti, si devono considerare noti con un'incertezza dello 0.1 %, salvo esplicita indicazione contraria. Le costanti fornite nella tabella generale si possono invece considerare note con incertezza trascurabile. Di conseguenza si scrivano i risultati numerici, quando richiesti, con un numero di cifre appropriato all'incertezza del risultato stesso.



Il 2 maggio 1519 – 500 anni fa – moriva a Maniero di Clos-Lucé (Amboise, Francia) uno dei maggiori geni universalmente riconosciuti: Leonardo da Vinci.

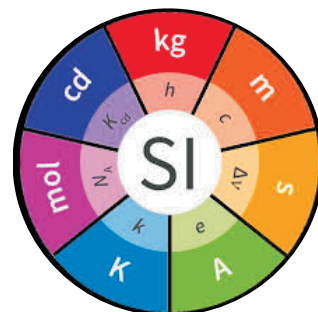
Nello sterminato orizzonte della sua attività di scienziato e ingegnere *ante litteram*, oltretutto di sommo artista, si vogliono qui ricordare i suoi importanti e innovativi studi sulle “macchine” intese come strumenti atti a facilitare l'attività umana, per esempio per consentire di effettuare una certa operazione con l'impiego di una forza ridotta.

Il prossimo 20 maggio 2019 la fisica e le scienze in generale vivranno una giornata epocale: entrerà in vigore la risoluzione approvata il 16 novembre scorso in occasione della 26<sup>a</sup> Conferenza Generale di Pesi e Misure di Parigi, in base alla quale tutte le unità di misura sono definite a partire dai valori – dati per definizione – di altrettante costanti fisiche fondamentali.

L'unità di tempo – il secondo – è definita come un multiplo intero del periodo della radiazione elettromagnetica emessa nella transizione tra i due livelli iperfini dello stato fondamentale del Cesio-133. Più precisamente la frequenza di tale radiazione è fissata per definizione come  $\Delta\nu = 9\,192\,631\,770$  Hz.

L'unità di lunghezza – il metro – corrisponde allo spazio percorso nel vuoto dalla luce nel tempo di  $1/299\,792\,458$  s, alla velocità  $c$ , fissata per definizione.

Questa, e altre costanti fondamentali, sono elencate nella prima parte della *Tavola delle costanti* a pag. 2.





Il “meccanismo elicoidale”, di cui la foto a sinistra mostra un modellino costruito sulla base degli studi e dei disegni originali di Leonardo da Vinci (Codice di Madrid I, foglio 17, verso – mostrato qui sotto), serve a sollevare un oggetto di massa  $M$  impiegando una forza (applicata alla manovella di legno in alto a destra) inferiore al peso dell’oggetto; in questo senso si può parlare di una macchina “utile”.



Un disegno schematico e ingrandito della stessa macchina è riportato a pagina 9 (foglio separato) per le misure richieste nel seguito.

1. Dopo aver letto tutto il testo del problema, e aver individuato una strategia risolutiva, si utilizzi il diagramma dell’apparato riportato a pagina seguente per determinare tutte le misure dei componenti necessarie a fornire le risposte numeriche richieste nel seguito. Si assuma come unità di misura il raggio  $r$  del cilindro su cui è avvolta la fune che sostiene l’oggetto.

Supponendo per il momento di poter trascurare tutti gli attriti, il lavoro fatto per spostare la manovella di un tratto infinitesimo  $d\ell$  determina il sollevamento dell’oggetto di un tratto  $dz$ . Si supponga che il sollevamento sia sufficientemente lento da poter trascurare le energie cinetiche dei vari componenti.

2. Determinare la minima forza da applicare alla manovella per sollevare l’oggetto, utilizzando le grandezze necessarie ottenute dall’immagine, e dire perché si tratta di una macchina “utile”.
3. Supponendo adesso che il 75 % della potenza impiegata sia dissipata in attriti e deformazioni dei pezzi, dire se la macchina è ancora “utile”.

Si consideri ora il caso di un funzionamento che non avviene in modo molto lento, mentre la massa appesa viene sollevata a velocità costante  $v$ , cosicché le varie parti della macchina hanno acquistato una certa energia cinetica.

Si supponga che tutte le parti in legno della macchina siano fatte con lo stesso legno di densità  $\rho$ , pensato per semplicità come un materiale omogeneo, che lo spessore della ruota dentata sia pari ad  $1/12$  del suo diametro, escludendo i denti. Per semplicità si trascuri la presenza dei denti della ruota più grande e si consideri cilindrica la forma della vite senza fine e quella della manovella.

4. Si stimi quale pezzo tra la ruota dentata (senza il contributo dei denti), la vite senza fine e la manovella, ha acquistato la maggiore energia cinetica, mostrando il calcolo necessario.



Ancora per un mese circa, l'unità di massa del S.I. – il chilogrammo – è definita attraverso un “prototipo internazionale”, cioè un oggetto realizzato nel 1875 con una lega di platino-iridio e conservato in alto vuoto, sotto una triplice campana di vetro, presso l' *Ufficio internazionale dei pesi e delle misure* (BIPM) a Sèvres, in Francia.

Dal prossimo 20 maggio, abbandonato questo campione fisico, il chilogrammo sarà definito in termini di tre costanti fondamentali: la velocità della luce  $c$ , la frequenza  $\Delta\nu$  (il cui valore è dato nell'introduzione a pagina 3) e la costante di Planck  $h$ . La costante di Planck è tra quelle costanti naturali il cui valore è stato “definito” nella risoluzione approvata il 16 novembre 2018 dalla 26<sup>a</sup> Conferenza Generale di Pesi e Misure di Parigi; esse sono adesso fissate con tutte le loro cifre significative.

1. Si mostri che l'unità “chilogrammo” si può esprimere come

$$1 \text{ kg} = \eta f(h, c, \Delta\nu)$$

e si determini il valore del numero puro  $\eta$ .

La costante di Planck è, in qualche modo, l'unità di misura naturale di una grandezza fisica chiamata “**azione**”, così come la carica elementare  $e$  è l'unità naturale della carica elettrica. Come si capisce dal valore dato in tabella, l'azione ha le dimensioni di un'energia per un tempo.

2. Si mostri che l'azione ha le stesse dimensioni di una lunghezza per una quantità di moto, come pure di un momento angolare, e del prodotto di una carica elettrica per un flusso magnetico.

L'azione è una grandezza scalare associata ad ogni possibile legge oraria di un corpo (particella). Si consideri una pallina di massa  $m$  che, in assenza di gravità e di attrito, si muove a velocità costante perpendicolarmente a due pareti parallele distanti  $2\ell$ , rimbalzando elasticamente sull'una e sull'altra. Il moto è periodico di periodo  $T$  e può essere rappresentato come un ciclo nel piano  $(x, p)$ , posizione  $x$ -quantità di moto  $p$ , detto *spazio delle fasi*. Nel caso particolare di un moto periodico, l'area del ciclo misura l'azione<sup>(\*)</sup>  $A$  della pallina in un periodo del moto.

3. Posto un asse  $x$  ortogonale alle due pareti, con l'origine nel punto medio, in modo che le due pareti abbiano coordinata  $x = \pm\ell$ , si rappresenti graficamente il ciclo chiuso nello spazio delle fasi e si determini l'azione  $A$ .

In meccanica classica l'azione può assumere qualunque valore reale e può variare con continuità. Max Planck scoprì che il comportamento dei sistemi fisici che effettuano moti periodici è descritto correttamente soltanto ipotizzando che l'azione associata a un periodo del moto possa assumere solo valori multipli di  $h$ :  $A = nh$ , dove  $n$  è un numero intero positivo. Questa discretizzazione dei valori di  $A$  si esprime dicendo che l'azione è una grandezza quantizzata. Quando è possibile rilevare la quantizzazione dell'azione si dice che il sistema manifesta “*effetti quantistici*”.

4. Per  $m = 50 \text{ g}$ ,  $\ell = 1 \text{ m}$  e  $T = 4 \text{ s}$ , trovare l'ordine di grandezza dell'intero  $n$  e spiegare perché non è possibile rilevare gli effetti della quantizzazione dell'azione per questo sistema.
5. Si ripeta il calcolo per un protone che si muove con velocità  $v \approx 270 \text{ m s}^{-1}$  e che è confinato a muoversi tra due pareti distanti  $2\ell$  con  $\ell = 1.1 \text{ nm}$ . Si spieghi perché in questo caso gli effetti quantistici sono rilevabili.
6. Si dimostri che la quantizzazione dell'azione implica la quantizzazione dell'energia, ossia il fatto che, fissato  $\ell$ , l'energia del protone può assumere solo valori discreti  $E_n$  con  $n$  intero positivo. Si determinino tali valori in funzione di  $n$ , per un protone confinato a muoversi fra due pareti alla stessa distanza del quesito precedente.
7. Un protone nel livello di energia  $n = 2$  decade al livello  $n = 1$ ; il fotone emesso può essere rivelato nella regione dello spettro visibile?

Si consideri adesso il fenomeno delle onde stazionarie tra estremi fissi, applicato allo spazio tra le due pareti distanti  $2\ell$ .

8. Si ricavi che relazione c'è tra i possibili valori  $\lambda$  della lunghezza d'onda di un'onda stazionaria tra le due pareti e i possibili valori  $p$  della quantità di moto del protone tra le stesse pareti.

(\*) Più propriamente “*azione ridotta*”.



# P3

## Là, dove finisce il solenoide

Punti 100

Una spira circolare percorsa da una corrente  $i$  genera un campo magnetico. Il piano che contiene la spira è un piano di simmetria per il sistema. Questo significa che, operando una riflessione rispetto a questo piano, la spira, il verso della corrente al suo interno e quindi anche il campo magnetico che essa genera restano invariati.

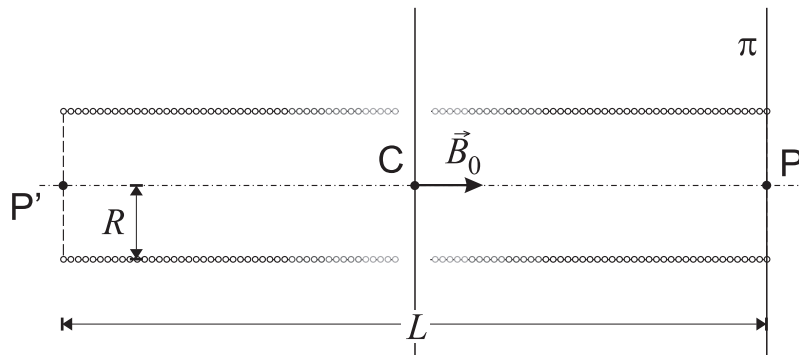
Ne segue che tutte le linee di campo magnetico sono curve geometriche simmetriche rispetto a questo piano; analogamente, le intensità del campo magnetico in due punti  $Q$  e  $Q'$ , simmetrici rispetto al piano della spira, sono le stesse.

1. Si consideri una linea di campo diversa da quella coincidente con l'asse della spira e su di essa due punti,  $Q$  e  $Q'$ , simmetrici rispetto al piano della spira. Siano  $\vec{B}$  e  $\vec{B}'$  i vettori campo magnetico, rispettivamente in  $Q$  e  $Q'$ . Si deduca (senza fare calcoli) la relazione tra le loro componenti perpendicolari all'asse della spira e quella tra le loro componenti parallele allo stesso asse. Si ripetano le considerazioni anche per due punti  $P$  e  $P'$  sull'asse della spira.

In tutti i sistemi in cui la distribuzione delle correnti presenta un piano di simmetria per riflessione, la relazione fra le componenti del campo magnetico, in punti simmetrici rispetto al piano di simmetria, è quella trovata in questo caso particolare.

Si consideri adesso un lungo solenoide di raggio  $R$  e lunghezza  $L$ , con  $L \gg R$ , percorso da una corrente elettrica; l'avvolgimento è molto compatto cosicché ogni spira può essere considerata di spessore trascurabile e perpendicolare all'asse. Il punto  $P$  mostrato in figura si trova sull'asse del solenoide, nel piano  $\pi$  che contiene la spira posta ad un'estremità del solenoide. Notare che la figura **non** è una rappresentazione in scala del solenoide.

La corrente che scorre nel solenoide è tale che nel punto  $C$ , intersezione tra l'asse del solenoide e il suo piano mediano, il campo magnetico è orientato come in figura e ha modulo  $B_0$ .



2. Usando solamente considerazioni sulla simmetria del sistema, dimostrare che il campo magnetico generato dal solenoide in un punto qualsiasi del suo asse è parallelo all'asse stesso.
3. Detto  $\vec{B}$  il campo magnetico in  $P$ , determinare il campo magnetico  $\vec{B}'$  nel punto  $P'$  mostrato in figura.
4. Detta  $B_0$  l'intensità del campo magnetico nel punto centrale  $C$  del solenoide, determinare il campo magnetico  $\vec{B}$  nel punto  $P$ .
5. Dimostrare che il flusso del campo magnetico attraverso la sezione  $\sigma$  del solenoide contenuta nel piano  $\pi$  vale  $\frac{1}{2}\pi R^2 B_0$ .
6. Quanto vale il flusso del campo magnetico attraverso la porzione di superficie laterale del solenoide compresa tra il piano  $\pi$  e il piano mediano del solenoide?

Si prendano in considerazione due linee di campo che passano per gli estremi di un diametro dell'ultima spira, cioè quella che giace sul piano  $\pi$ .

7. Qual è la distanza tra i due punti  $S_1$  ed  $S_2$  in cui queste linee di campo intersecano il piano mediano del solenoide?
8. Nel riquadro riportato nel foglio risposte, si tracci uno schizzo qualitativo delle linee di campo magnetico, indicando anche la distanza tra i punti  $S_1$  ed  $S_2$ .

*Suggerimento: Può essere utile ricordare che la componente del campo magnetico parallela all'asse del solenoide subisce una discontinuità pari a  $B_0$  (esclusi i punti del bordo) passando dall'interno all'esterno del solenoide.*

**P<sup>4</sup>****Luce dal ghiaccio: un alone per il Sole****Punti 100**

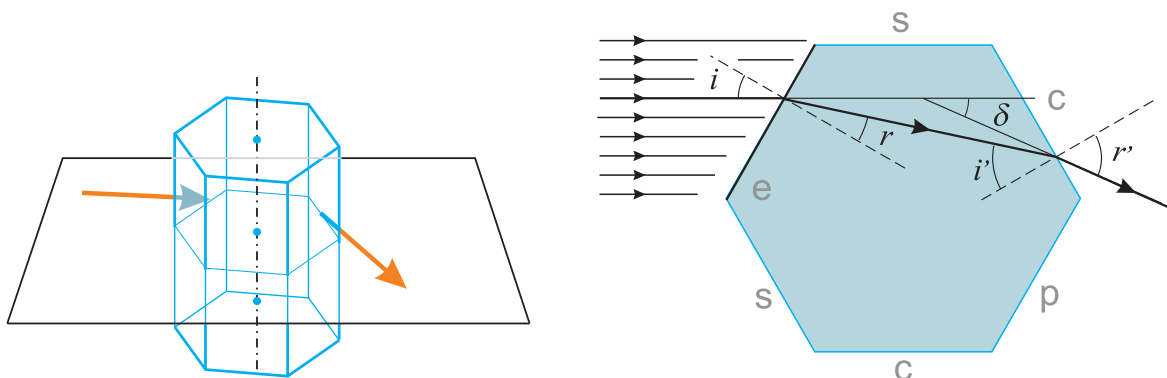
L'alone solare, come quello mostrato nella foto, è un fenomeno che si manifesta in particolari condizioni meteorologiche. Si tratta di un sottile anello luminoso che circonda il Sole, visibile a cielo sereno: nella zona interna prossima all'anello il cielo appare più scuro, mentre nella zona esterna si osserva una debole luminosità che diminuisce gradualmente fino a raccordarsi con l'usuale colore blu del cielo sereno.

Il fenomeno è dovuto alla presenza nel cielo di una nube di minuscoli cristalli di ghiaccio, aventi la forma di prismi esagonali, che fanno sì che i raggi di Sole che incidono su una delle pareti laterali, possano emergere in parte deviati.

Scopo di questo problema è capire come avviene la formazione dell'anello luminoso, in corrispondenza di un particolare valore dell'angolo di deviazione, e calcolare tale valore.

Per semplicità, si prenderanno in considerazione solamente i cristalli il cui asse sia perpendicolare al piano definito da un raggio incidente e da quello deviato che arriva all'osservatore, come mostrato in figura a sinistra. L'angolo di deviazione  $\delta$  è quello mostrato in figura a destra in cui sono definiti anche l'angolo d'incidenza  $i$ , l'angolo di rifrazione interna  $r$ , l'angolo d'incidenza interna  $i'$  e l'angolo di rifrazione esterna  $r'$ .

È ovvio che per incidenza normale su una faccia laterale "e" tutti i raggi emergono dalla faccia laterale opposta "p", senza essere deviati. Per angoli d'incidenza non nulli ( $0^\circ < i < 90^\circ$ ) i raggi potrebbero emergere dalla faccia parallela opposta ("p") o da una di quelle immediatamente adiacenti ("c"), oppure da una delle facce "s" adiacenti a quella di entrata "e".



1. Determinare il minimo valore  $n_{\min}$  dell'indice di rifrazione per il quale qualunque raggio incidente sulla faccia "e" e rifratto verso la faccia "s" non esce da "s".

I raggi incidenti sulla faccia "e" vengono rifratti o verso la faccia "s", o verso la faccia "c", o verso la faccia "p". Con valori dell'indice di rifrazione superiori a  $n_{\min}$ , i raggi rifratti verso "s" vengono poi riflessi verso "c" e da lì escono. I raggi rifratti verso "c" potranno uscire oppure venire di nuovo riflessi all'interno del prisma. I raggi rifratti verso "p" escono dal prisma.

2. Considerando un fascio uniforme di luce che incide sulla faccia "e" con angolo di incidenza  $i$ , calcolare la frazione  $\eta$  di questa che viene rifratta direttamente verso la faccia "p" (cioè, senza subire riflessioni interne su altre facce), in funzione dell'angolo di incidenza  $i$  e dell'indice di rifrazione  $n$ .

Per studiare il fenomeno dell'alone ci occuperemo, d'ora in poi, solo dei raggi rifratti verso la faccia "c".

ATTENZIONE: Da qui in poi, determinare il valore degli angoli con l'accuratezza di 1/100 di grado.

3. Sapendo che l'indice di rifrazione  $n$  del ghiaccio per la luce visibile dei diversi colori vale in media 1.310, calcolare il minimo valore dell'angolo di incidenza  $i$  per il quale qualche raggio rifratto verso la faccia "c" può emergere da essa. Calcolare inoltre il corrispondente angolo di deviazione  $\delta$ .

Il principio di *reversibilità del cammino ottico* si può esprimere dicendo che "se per andare da un punto A a un punto B la luce segue un certo percorso, allora partendo da B può giungere ad A percorrendo in senso inverso lo stesso percorso".

4. Senza necessità di ulteriori calcoli, ma sfruttando il principio citato sopra, determinare gli angoli ( $i$ ,  $r'$  e  $\delta$ ) corrispondenti al massimo valore dell'angolo di incidenza per il quale qualche raggio può emergere dalla faccia "c".

Data la simmetria legata al principio di reversibilità enunciato sopra, è facile capire per quale angolo di incidenza  $i_0$  l'angolo di deviazione  $\delta$  avrà un valore minimo o massimo  $\delta_0$  che è proprio il raggio angolare dell'alone.

5. Determinare quanto valgono  $i_0$  e  $\delta_0$  e dire se si tratta di un valore massimo o di un minimo.

La funzione  $\delta(i)$  è piuttosto complicata; risulta infatti

$$\delta(i) = i + \arcsen \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{1}{2} \sin i \right] - 60^\circ.$$

Per questo, per lo studio successivo, in un intorno abbastanza ampio di  $\delta_0$  è conveniente approssimarla con il polinomio di secondo grado  $y(x) = ax^2 + bx + c$  dove  $y$  è l'angolo di deviazione e  $x$  l'angolo di incidenza,  $b = -0.6889$  e  $c = 35.93^\circ$ .

6. Determinare il coefficiente  $a$  del polinomio dato e verificare, per almeno due valori diversi di  $i$ , che l'errore relativo dell'approssimazione è minore dell'1 % nell'intervallo  $30^\circ \leq i \leq 55^\circ$ .

Il raggio dell'alone è legato valore di  $\delta_0$  trovato alla domanda 5. Per capire questo fatto, si supponga che i cristalli considerati siano in numero molto grande  $N$  e che siano orientati in modo casuale cosicché la distribuzione statistica dell'angolo di incidenza  $i$  sia uniforme.

7. Usando l'approssimazione polinomiale, si determini il rapporto tra l'ampiezza dell'intervallo di angoli di incidenza per i quali la deviazione differisce da  $\delta_0$  per meno di  $0.01^\circ$  e l'ampiezza dell'intervallo per i quali la deviazione differisce da  $\delta_0$  tra  $1.0^\circ$  e  $1.01^\circ$ .
8. Spiegare in che modo il raggio dell'alone è collegato al valore minimo della deviazione angolare  $\delta_0$ .

————— • —————



\* \* \* \* \* **Allegato al PROBLEMA n.1** \* \* \* \* \*

לְחֹמֶר שֶׁלֹּא יִשְׁתַּבֵּשׁ: מִכְשָׁל מְכֻנָּה "מְכֻנָּה מְכֻנָּה"

